Lösung zur Diplomprüfung Frühjahr 2005

Prüfungsfach

Statik

Klausur am 28.02.2005

Name: ________________ Vorname: ________________ Matrikelnummer: ________________
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	~~1~~	~~2~~	~~3~~	4	5	6	7	8	9	Summe
mögliche Punkte	~~20~~	~~5~~	~~5~~	30	13	27	30	30	20	120
erreichte Punkte										

Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 3 Stunden, davon
  30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel,
  2 Stunden 30 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmitteln.
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt ihren Namen und ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung Programmgesteuerter Rechner (z.B Notebooks, Laptops) ist nicht zulässig.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.
- Keine Gleichungssysteme mit mehr als zwei Unbekannten lösen.

Musterlösung Aufgabe 4 (30 Punkte)

1) Auflagerkräfte, M, N, Q

$$\sum M_G = 0 \quad \Rightarrow \quad B \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 0 \quad \Rightarrow \boxed{\mathrm{B} = 15\ \mathrm{kN}}$$

$$\sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad B \cdot 6 + C \cdot 4 - 10 \cdot 6 \cdot 3 - 10 - 30 \cdot 2 = 0$$

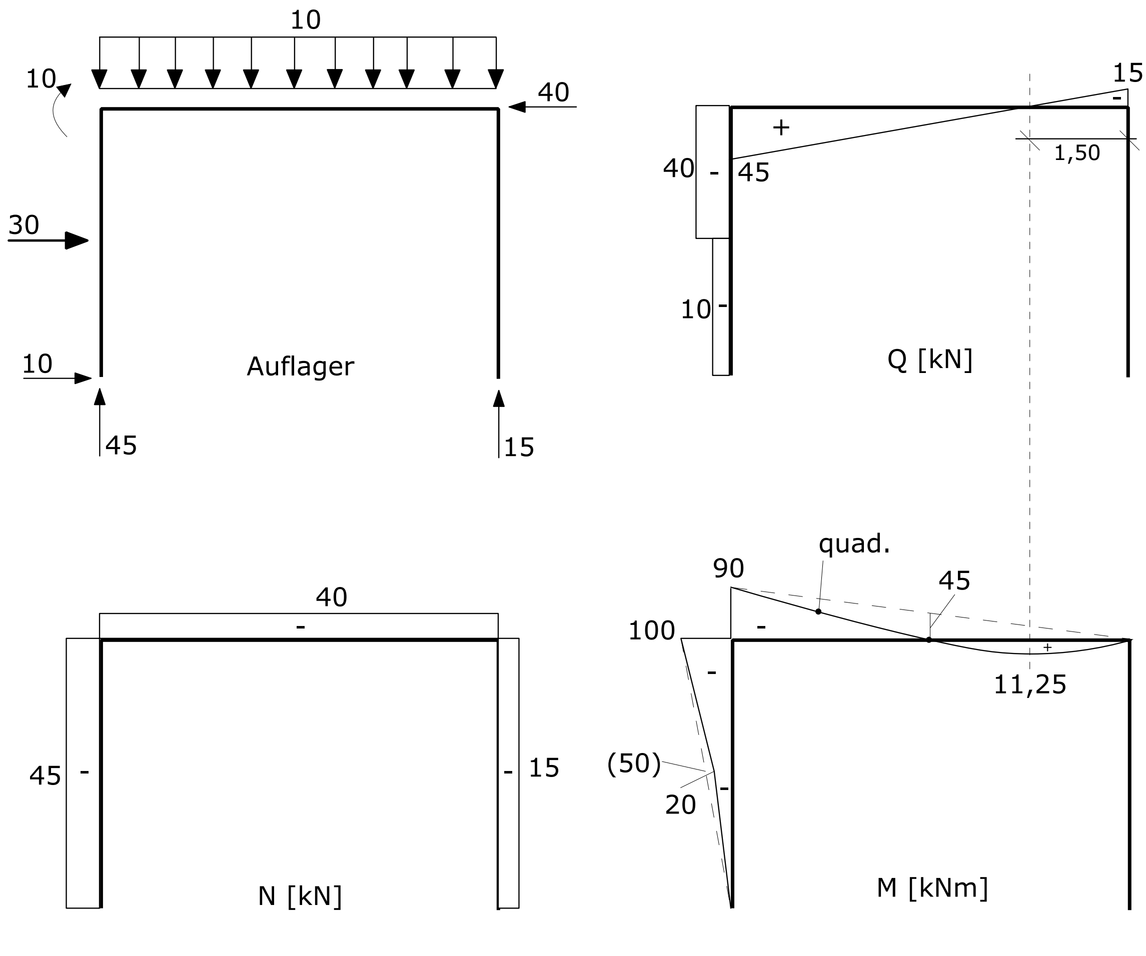
$$6B + 4C = 250 \quad \Rightarrow \boxed{\mathrm{C} = 40\ \mathrm{kN}}$$

$$\sum H = 0 \quad \Rightarrow \quad A_H + 30 - 40 = 0 \quad \Rightarrow \boxed{\mathbf{A_H} = 10\ \mathrm{kN}}$$

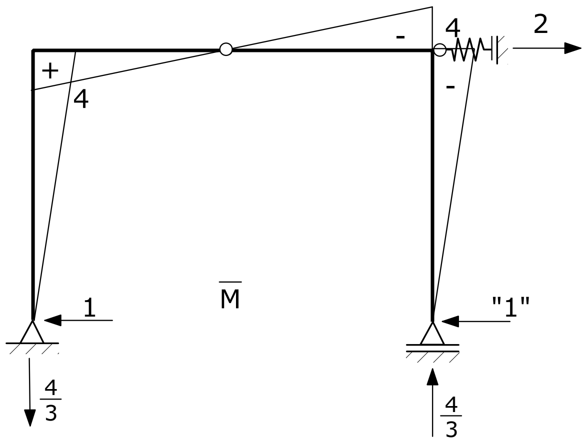
$$\sum V = 0 \quad \Rightarrow \quad A_V - 10 \cdot 6 + B = 0 \quad \Rightarrow \boxed{\mathbf{A_V} = 45\ \mathrm{kN}}$$

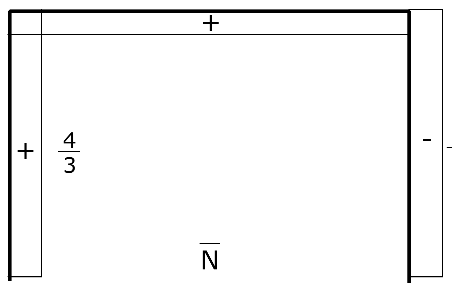
Test:

$$\sum M_G = 0 \quad \Rightarrow \quad -A_V \cdot 3 + A_H \cdot 4 + 30 \cdot 2 - 10 + 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 0 \quad \surd$$



2) EI, so dass $_{6h}$ = 0





$$EI\delta_{6H} = -\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 100\cdot 4 + \frac{1}{4}\cdot 4\cdot 30\cdot 4 - \frac{1}{6}\cdot 90\cdot(2\cdot 4-4)\cdot 6 - \frac{2\cdot 40}{0,2\cdot EI}\cdot EI$$

$$+\frac{4}{3}\cdot 20\cdot 4\cdot 1,2\cdot 10^{-5}\cdot EI + \frac{4}{3}\cdot 10\cdot 4\cdot 1,2\cdot 10^{-5}\cdot EI$$

$$EI\delta_{6H} = -1173,\overline{3} \quad kNm^3 + 1,92\cdot 10^{-3}EI \overset{!}{=} 0$$

$$\Longrightarrow \quad \underline{\underline{EI = 611.111,\overline{1} \quad kNm^2}}$$

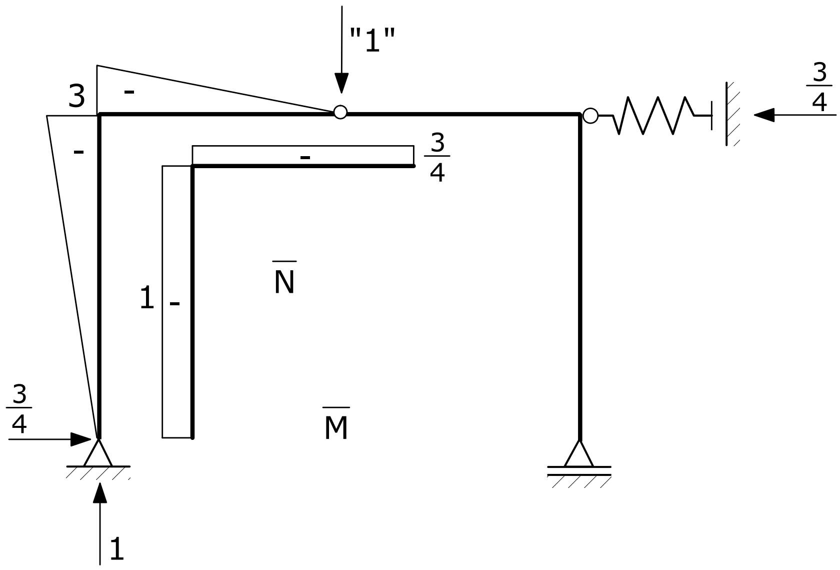
3) Biegelinie mit Angabe der Knotenverschiebungen der Knoten 1,3,4,5,6

<u>Knoten1:</u> $\delta_{H1} = 0 \qquad \delta_{V1} = 0$

<u>Knoten3:</u> $\delta_{H3} = \dfrac{C}{C_N} = \dfrac{40}{0,2\cdot EI} = 0,327mm \quad (\rightarrow)$

$\delta_{V3} = \text{“1“}\cdot T_s\cdot \alpha_T\cdot l = 1\cdot 20\cdot 1,2\cdot 10^{-5}\cdot 4 = 0,96mm \quad (\uparrow)$

<u>Knoten4:</u> $\delta_{H4} = \delta_{H3} = 0,327mm \quad (\rightarrow)$



$$EI\delta_{V4} = \frac{1}{4}\cdot(-3)\cdot 45\cdot 3 - \frac{1}{6}\cdot 3\cdot(-2\cdot 50 - 45)\cdot 3 + \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 100\cdot 4$$

$$-\frac{1}{4}\cdot 3\cdot 30\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot \alpha_T\cdot\frac{\Delta T}{h}\cdot 3\cdot EI - 1\cdot\alpha_T\cdot T_s\cdot 4\cdot EI$$

$$+\frac{40\cdot 3/4}{0,2\cdot EI}\cdot EI$$

$$= 546,25 + 1650 - 586,\overline{6} + 150 = 1759,58\overline{3}$$

$$\Longrightarrow \delta_{V4} = 2,88mm \quad (\downarrow)$$

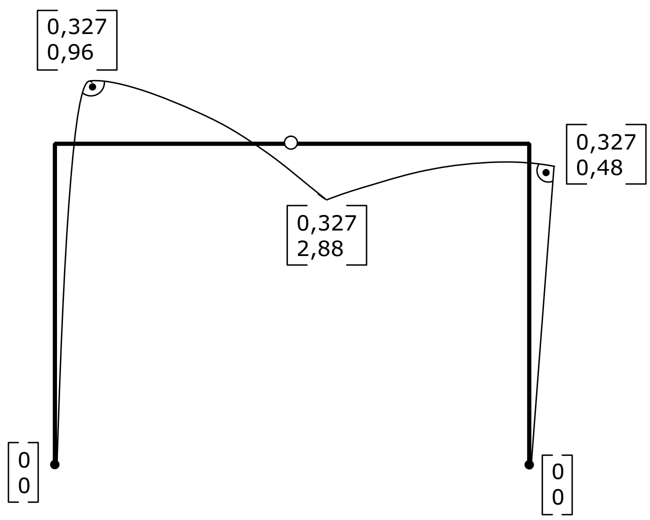
<u>Knoten5:</u> $\delta_{H5} = \delta_{H4} = \delta_{H3} = 0,327mm \quad (\rightarrow)$

$$\delta_{V5} = \text{“}1\text{“}\cdot T_s\cdot\alpha_T\cdot l = 1\cdot(-10)\cdot 1,2\cdot 10^{-5}\cdot 4 = -0,48mm \quad (\downarrow)$$

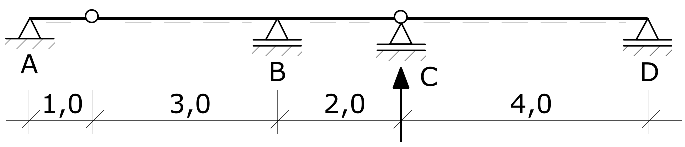
<u>Knoten6:</u> $\delta_{H6} = 0 \qquad \delta_{V6} = 0$

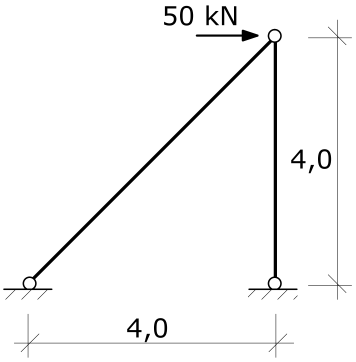
<u>Biegelinie:</u>

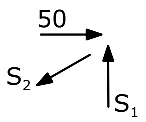
$$\delta = \begin{bmatrix}\delta_H\\ \delta_V\end{bmatrix} mm$$



Musterlösung Aufgabe 5 (13 Punkte)

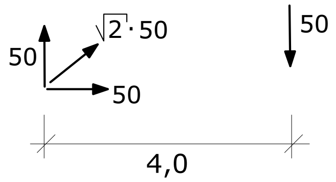


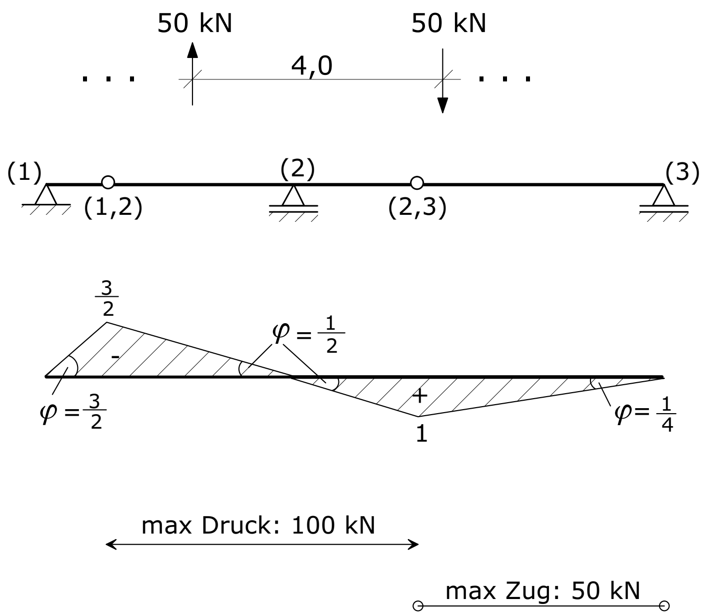




$$\sum H: 50 - S_2 \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \rightsquigarrow S_2 = \sqrt{2}\cdot 50\,\text{kN}$$

$$\sum V: - \sqrt{2}\cdot 50 \frac{1}{\sqrt{2}} + S_1 = 0 \rightsquigarrow S_1 = 50\,\text{kN}$$

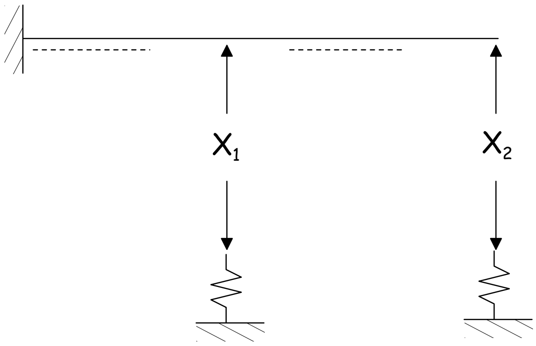




Musterlösung Aufgabe 6 (27 Punkte)

a) Schnittgrößen

Ersatzsystem: Pendelstütze als Feder: $cw_3 = 100kN/m$
st. best. Hauptsystem: (Skizze)



Lösung des Gleichungssystems:
$\rightarrow X_1 = 1,134$
$X_2 = 2,681$

Schnittgrößen:
$M_{1l} = -61,65\ kN/m$
$M_{1r} = -29,28\ kN/m$
$M_{2l} = -29,28\ kN/m$
$M_{2r} = 0\ kN/m$

$Q_{1l} = 16,185\ kN$
$Q_{1r} = 16,185\ kN$
$Q_{2l} = 17,319\ kN$
$Q_{1l} = -2,681\ kN$

b) ω-Verfahren

Durchbiegungen:

$$\delta_{2l} = \frac{X_1}{c_{w3}} = 0,01134$$

$$\delta_{2r} = \frac{X_2}{c_f} = 0,01341$$

ω-Verfahren:

$w(\xi = 0) = 0,01134\ m$

$w(\xi = \frac{1}{3}) = 0,01273\ m$

$w(\xi = \frac{2}{3}) = 0,01357\ m$

$w(\xi = 1) = 0,01341\ m$

Musterlösung Aufgabe 7 (30 Punkte)

a) Verlauf der Schnittgröße M:
Lösung des Gleichungssystems:

$\rightarrow \varphi_3 = -3,043 * 10^{-3}$
$\varphi_4 = 5,242 * 10^{-3}$

Momentenverlauf nach VK I:

$$M_l^1 = 0\ kN/m$$
$$M_r^1 = -7,303\ kN/m$$
$$M_l^4 = 0\ kN/m$$
$$M_r^4 = -12,172\ kN/m$$
$$M_l^3 = -19.480\ kN/m$$
$$M_r^3 = -8,924\ kN/m$$
$$M_l^2 = -23,928\ kN/m$$
$$M_r^2 = 13,524\ kN/m$$

b) Drehfeder $c_\varphi = 2400\ kN/m$
Lösung des Gleichungssystems:

$\rightarrow \varphi_3 = -2,819 * 10^{-3}$
$\varphi_4 = 3,894 * 10^{-3}$

c) Einflusslinie φ_4**:**
Lösung des Gleichungssystems:

$\rightarrow \varphi_3 = -2,404 * 10^{-5}$
$\varphi_4 = 1,442 * 10^{-4}$

Musterlösung Aufgabe 8 (30 Punkte)

a) allgemeine Lösung:

$$\begin{array}{lll} r = R_i & r = R_a & \varphi = 0 \\ n_{rr}(R_i,\varphi) = 0 & n_{rr}(R_a,\varphi) = 0 & n_{\varphi\varphi}(r,0) = 0 \\ n_{r\varphi}(R_i,\varphi) = 0 & n_{r\varphi}(R_a,\varphi) = 0 & \int\limits_{R_i}^{R_a} n_{r\varphi}(r,0)\,dr = P \end{array} \tag{1}$$

b)

$$\begin{aligned} F &= (Ar\,\ln r + Br^{-1} + 5r^3)\,\sin\varphi \\ F_{,r} &= (A\,\ln r + A - Br^{-2} + 15r^2)\,\sin\varphi \\ F_{,rr} &= (Ar^{-1} + 2Br^{-3} + 30r)\,\sin\varphi \\ F_{,\varphi} &= (Ar\,\ln r + Br^{-1} + 5r^3)\cos\varphi \\ F_{,\varphi\varphi} &= (-Ar\,\ln r - Br^{-1} - 5r^3)\,\sin\varphi \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} n_{rr} &= r^{-1}\,F_{,r} + r^{-2}\,F_{,\varphi\varphi} &&= (Ar^{-1} - 2Br^{-3} + 10r)\,\sin\varphi \\ n_{\varphi\varphi} &= r^{-1}\,F_{,rr} &&= (Ar^{-2} + 2Br^{-4} + 30)\sin\varphi \\ n_{r\varphi} &= -(r^{-1}\,F_{,\varphi})_{,r} &&= (-Ar^{-1} + 2Br^{-3} - 10r)\,\cos\varphi \end{aligned} \tag{3}$$

c)

$$\begin{aligned} & r = R_i : \qquad n_{rr} = 0 \\ & A - 2B = -10 \qquad\qquad (I) \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} & \varphi = 0 : \qquad \int n_{r\varphi}\,dr = P \\ & \int\limits_1^2 (-Ar^{-1} + 2Br^{-3} - 10r)\,dr = P \\ & \Rightarrow\ [-A\,\ln r - Br^{-2} - 5r^2]_1^2 = P \\ & \Rightarrow\ -A\,\ln 2 + \frac{3}{4}B - 15 = 50\,\ln 2 - 30 \\ & \Rightarrow\ -A\,\ln 2 + \frac{3}{4}B = 50\,\ln 2 - 15 \qquad\qquad (II) \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} & aus\ (I) && A = 2B - 10 \\ & in\ (II) && -2B\,\ln 2 + 10\,\ln 2 + \frac{3}{4}B = 50\,\ln 2 - 15 \\ & \Rightarrow && B\,(-2\,\ln 2 + \frac{3}{4}) = 40\,\ln 2 - 15 \\ & \Rightarrow && B = \frac{-20\,(-2\,\ln 2 + \frac{3}{4})}{-2\,\ln 2 + \frac{3}{4}} = -20 \\ & \Rightarrow && A = 2\,(-20) - 10 = -50 \end{aligned} \tag{6}$$

d)

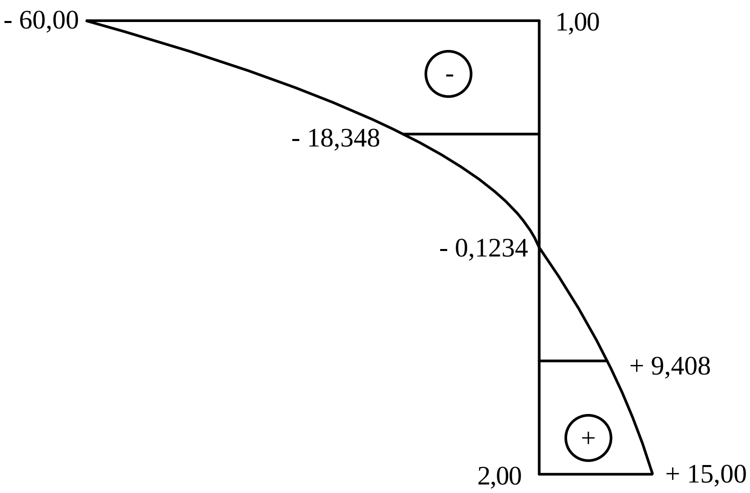
$$
\begin{aligned}
n_{rr} &= (-50r^{-1} + 40r^{-3} + 10r)\ \sin\varphi \\
n_{\varphi\varphi} &= (-50r^{-2} - 40r^{-4} + 30)\ \sin\varphi \\
n_{r\varphi} &= (50r^{-1} - 40r^{-3} - 10r)\ \cos\varphi
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$$
\begin{aligned}
&\varphi = 90^\circ \qquad \Rightarrow \sin 90^\circ = 1\ ,\ \cos 90^\circ = 0 \\
&\Rightarrow n_{r\varphi} = 0
\end{aligned}
\tag{8}
$$

r	$1,00$	$1,25$	$1,50$	$1,75$	$2,00$
$n_{\varphi\varphi}\begin{pmatrix} A = -50 \\ B = -20 \end{pmatrix}$	$-60,000$	$-18,384$	$-0,1234$	$9,408$	$15,000$

(9)

Skizzen:



e)

<u>Kontrolle:</u>

$$\varphi = 90^\circ \tag{10}$$

$$
\begin{aligned}
&\int_1^2 (-50r^{-2} - 40r^{-4} + 30)\ dr = -P \\
&\left[50r^{-1} + \frac{40}{3}\, r^{-3} + 30r\right]_1^2 \\
&= 50\ (\frac{1}{2} - 1) + \frac{40}{3}\ (\frac{1}{8} - 1) + 30\ (2 - 1) \\
&= -25 - \frac{40}{3}\,\frac{7}{8} + 30 = 5 - \frac{35}{3} \approx -6,67 \\
&-P = -(50\ \ln 2 - 30) \approx -4,65
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Stellungnahme:

- Es ist eine recht große Abweichung vorhanden
- Wahl einer andere Spannungsfunktion würde die Ergebnisse verbessern

Musterlösung Aufgabe 9 (20 Punkte)

a)

$$w(0) = 0 \quad (1)$$

$$w'(0) = 0 \quad (2)$$

$$M(l) = 0 \rightarrow w''(l) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} V(l) &= P_H = P \cdot \sin\alpha \\ &= M'(l) + H \cdot w'(l) \\ &= -EI \cdot w'''(l) - P \cdot \cos\alpha \cdot w'(l) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \quad w'''(l) + \underbrace{\frac{P}{EI} \cdot \cos\alpha}_{\mu^2} \cdot w'(l) + \frac{P}{EI} \cdot \sin\alpha = 0 \quad (4)$$

b)

$$a_0 = \frac{\tan\alpha}{\mu} \cdot \tan(\mu l)$$

$$a_1 = -\frac{P}{EI\mu^2} \cdot \sin\alpha = -\tan\alpha$$

$$a_2 = -\frac{a_1}{\mu} = \frac{\tan\alpha}{\mu}$$

$$a_3 = -\frac{\tan\alpha}{\mu} \cdot \tan(\mu l)$$

$$w(x) = \frac{\tan\alpha}{\mu} \cdot \Big(\tan(\mu l) - \mu \cdot x + \sin(\mu x) - \tan(\mu l) \cdot \cos(\mu x) \Big)$$