Bachelorprüfung Frühjahr 2019

Modul 18 (BI)

Baustatik II und III (PO 2013)

Klausur am 15.02.2019

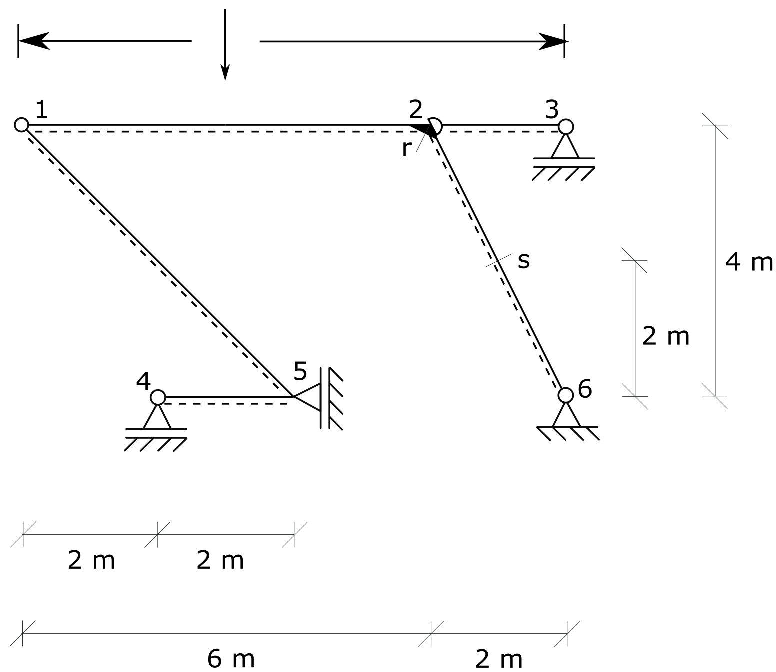
Name: ______________ Vorname: ______________ Matrikelnummer: ______________
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	~~1~~	2	3	4	5	6	Summe
mögliche Punkte	~~60~~	20	15	26	13	46	180
erreichte Punkte							

Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 180 Minuten, davon 60 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 120 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Taschenrechner sind nur bei der Lösung der Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II) erlaubt. Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von anderen elektronischen Geräten (z.B. Laptops, Mobiltelefone, Tablets, etc.) ist nicht zulässig. Diese Geräte sind während der Klausur abzuschalten und so wegzulegen, dass ein unmittelbarer Zugriff, (z.B. aus Taschen in der Kleidung) nicht möglich ist und sind in Taschen zu verwahren (z.B. Aktentasche, Rucksack, o.ä.). Falls diese Regel nicht eingehalten wird, gilt dies als Täuschungsversuch.
- Das Verlassen des Klausurraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

Aufgabe 2 (20 Punkte)



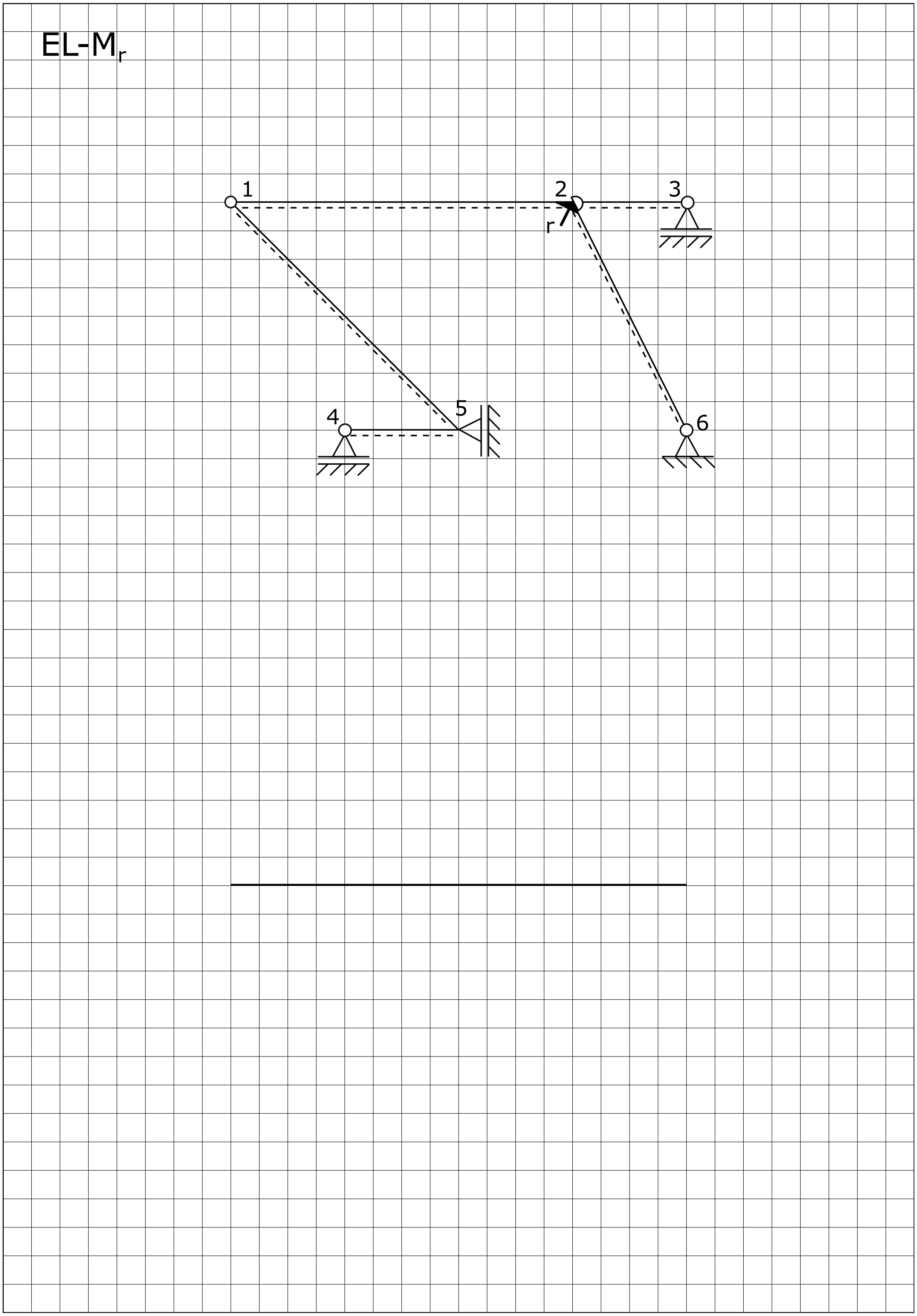
Bestimmen Sie für das dargestellte System die Einflusslinien für

a) (10 P.) das Moment M_r im Punkt r. Bringen Sie auf den Lastgurt beliebig kürzbare konstante Streckenlasten mit einem Wert von 10 kN/m so auf, dass sich das maximal positive Moment im Punkt r einstellt und ermitteln Sie dafür den Wert für das Moment M_r.

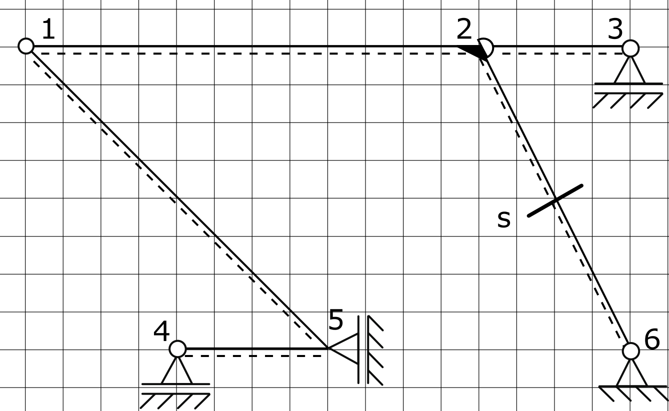
b) (10 P.) die Normalkraft N_s im Punkt s. Bringen Sie eine Einzellast der Größe 250 kN so auf, dass sich eine maximal negative Normalkraft N_s im Punkt s einstellt und ermitteln Sie dafür den Wert für die Normalkraft N_s.

Der zu betrachtende Lastgurt des Systems ist 1-2-3.

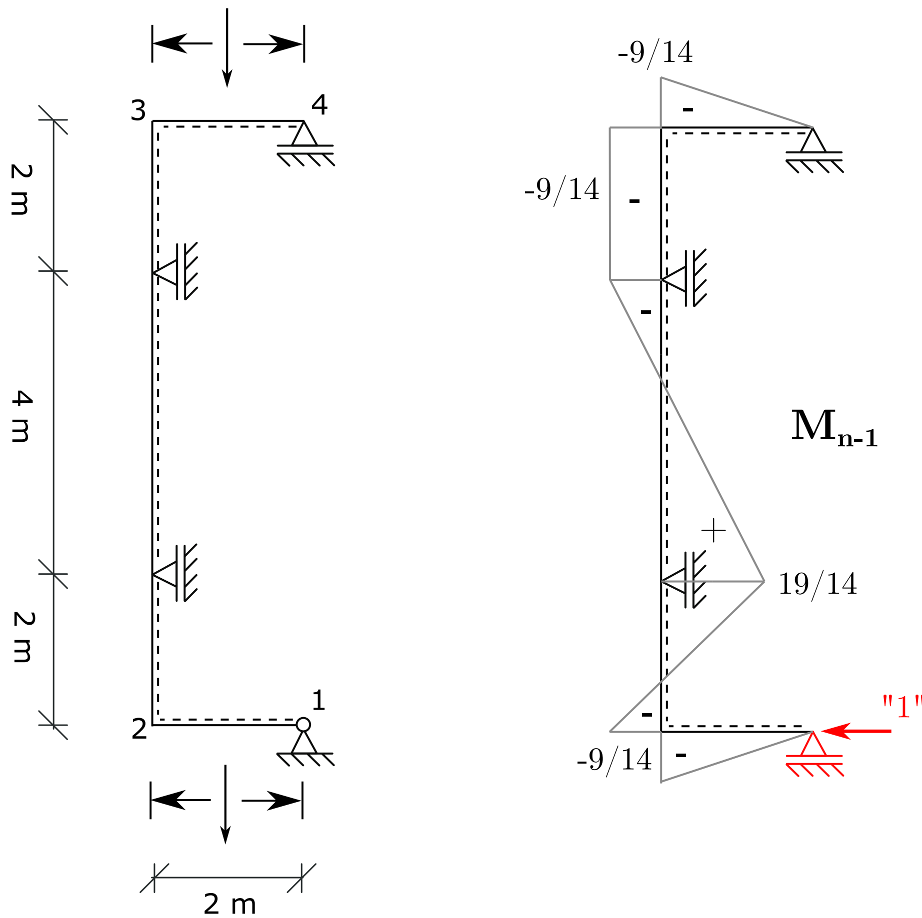
Verwenden Sie die beigefügten Lösungszettel mit der entsprechenden Kennzeichnung (M_r und N_s).


EL-M$_r$
1
2
3
r
4
5
6

EL-N_s



Aufgabe 3 (15 Punkte)



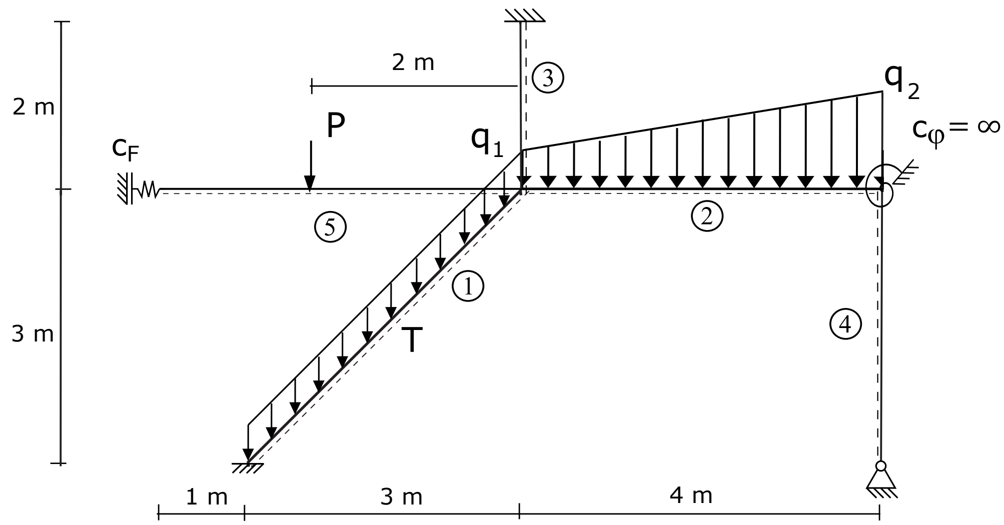
Material:
$EI = 10^5$ kNm^2; $EA, GA_Q \to \infty$

a) (1 P.) Bestimmen Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit n des dargestellten Systems.

b) (14 P.) Ermitteln Sie die Einflusslinie der horizontalen Auflagerkraft A_h in Knoten 1. Verwenden Sie hierfür das $(n-1)$-fach statisch unbestimmte System in Kombination mit dem ω-Verfahren. Der Momentenverlauf des entsprechenden n-1-fach statisch unbestimmten Systems wurde bereits berechnet, siehe Bild rechts. Die Wanderlast bewegt sich nur auf den oberen und unteren horizontalen Balken (1-2, 3-4), d.h. die Einflusslinie soll nur für diesen Bereich aufgestellt werden.

Hinweis: Nutzen Sie den Reduktionssatz 2. Art.

Aufgabe 4 (26 Punkte)



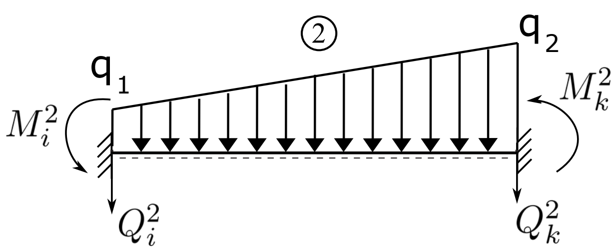
q_1 =10 [kN/m]	EI = 10000 [kNm^2]
q_2 =20 [kN/m]	EA_1 = 5000 [kN]
P = 50 [kN]	$EA_{2\text{-}5} = \infty$
T = 40 [K]	$GA_Q = \infty$
α =1,2x10^{-5} [K^{-1}]	c_F =1000 [kN/m]

a) (2 P.) Bestimmen Sie den Grad der geometrischen Unbestimmtheit n_g des gezeigten Systems unter Berücksichtigung aller Randbedingungen und Materialparameter.

b) (21 P.) Ermitteln Sie den Momentenverlauf des statischen Systems mit Hilfe des Weggrößenverfahrens und stellen Sie diesen grafisch dar (Die **Starreinspannwerte** und Steifigkeiten der **Nullzustände** wurden für die **Stäbe 2 und 3 bereits berechnet** und sollen verwendet werden, siehe nächste Seite).

c) (3 P.) Bestimmen Sie die unbekannten Knotenweggrößen für den Fall, dass die Steifigkeit c_F gegen unendlich tendiert, $c_F \to \infty$.

Stab 2: Starreinspannwerte



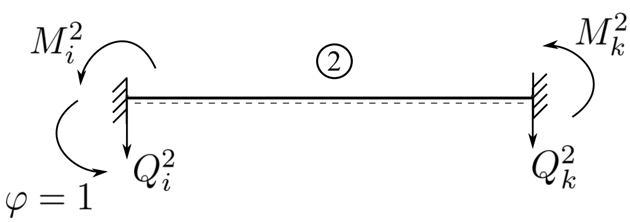
$$Q_i^{20} = -\frac{(21q_1+9q_2)\cdot l_2}{60} = -26$$

$$M_i^{20} = \frac{(3q_1+2q_2)\cdot l_2^2}{60} = 18.67$$

$$Q_k^{20} = -\frac{(9q_1+21q_2)\cdot l_2}{60} = -34$$

$$M_k^{20} = -\frac{(2q_1+3q_2)\cdot l_2^2}{60} = -21.33$$

Stab 2: Einheitszustand $\varphi_i = 1$



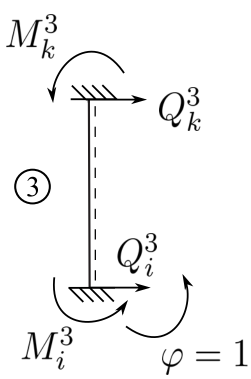
$$k^2_{Q_i} = -\frac{6\cdot EI}{l_2^2} = -3750$$

$$k^2_{M_i} = \frac{4\cdot EI}{l_3} = 10000$$

$$k^2_{Q_k} = \frac{6\cdot EI}{l_2^2} = 3750$$

$$k^2_{M_k} = \frac{2\cdot EI}{l_3} = 5000$$

Stab 3: Einheitszustand $\varphi_i = 1$



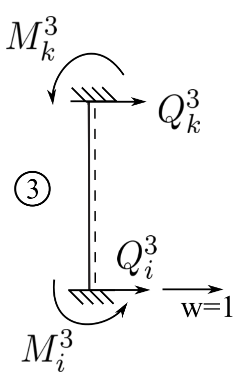
$$k^3_{Q_i} = -\frac{6\cdot EI}{l_3^2} = -15000$$

$$k^3_{M_i} = \frac{4\cdot EI}{l_3} = 20000$$

$$k^3_{Q_k} = \frac{6\cdot EI}{l_3^2} = 15000$$

$$k^3_{M_k} = \frac{2\cdot EI}{l_3} = 10000$$

Stab 3: Einheitszustand $w_i = 1$



$$k^3_{Q_i} = \frac{12\cdot EI}{l_3^3} = 15000$$

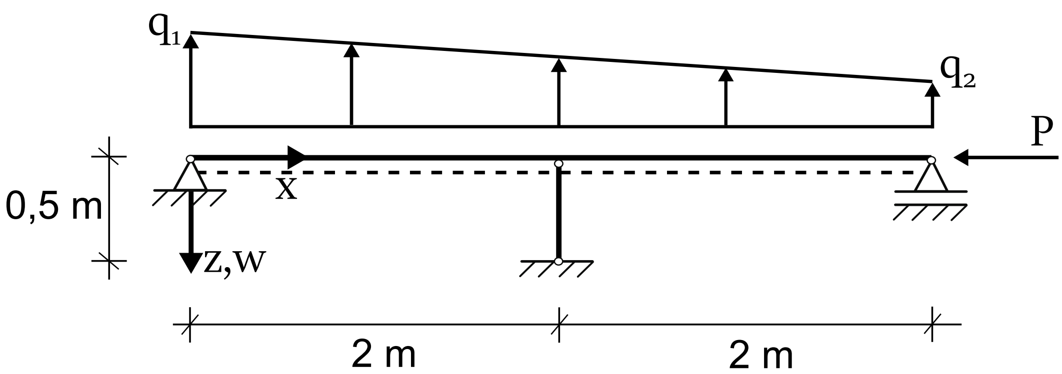
$$k^3_{M_i} = -\frac{6\cdot EI}{l_3^2} = -15000$$

$$k^3_{Q_k} = -\frac{12\cdot EI}{l_3^3} = -15000$$

$$k^3_{M_k} = -\frac{6\cdot EI}{l_3^2} = -15000$$

Aufgabe 5 (13 Punkte)

Das dargestellte stabilitätsgefährdete statische System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem **Verfahren von Ritz** und unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



Material-/ Querschnittswerte

EI = 7000 kNm^2
EA = 18000 kN

Belastung

P = 1500 kN
q_1 = 700 kN/m
q_2 = 200 kN/m

Hinweis: Bei der Bearbeitung der gesamten Aufgabe ist der Einfluss der Axialverzerrung $\varepsilon(x)$ bzw. der virtuellen Axialverzerrung $\delta\varepsilon(x)$ zu vernachlässigen.

a) (6 P.) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das dargestellte System an. Drücken Sie alle Schnittgrößen durch $w(x)$ bzw. Ableitungen von $w(x)$ und virtuellen Krümmungen durch die Ableitungen von $\delta w(x)$ aus.

b) (3 P.) Folgender zweigliedriger Ansatz ist gegeben:

$$\underline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} x - \dfrac{x^2}{4} \\ \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{x^3}{16} \end{bmatrix}$$

Prüfen Sie den Ansatz auf seine geometrische Zulässigkeit. Geben Sie dazu die geometrischen Randbedingungen an.

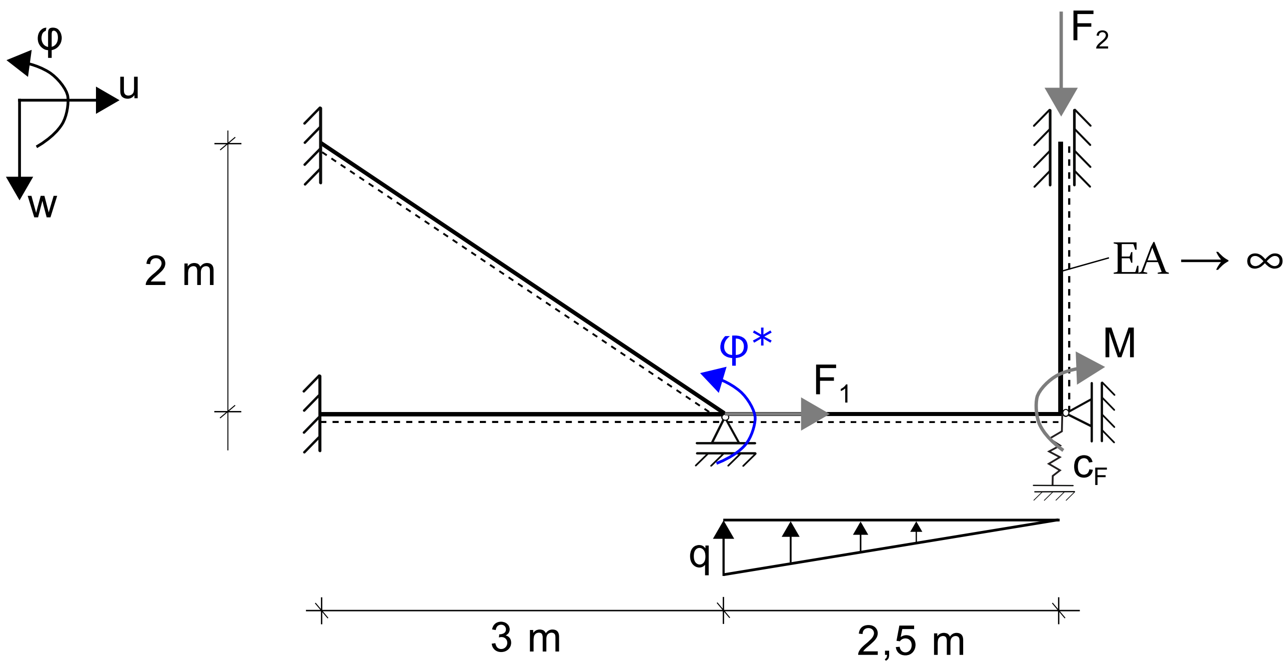
c) (2 P.) Geben Sie mit Hilfe des gegebenen Verschiebungsansatzes aus Aufgabenteil b) die fehlenden Einträge der materiellen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_m$ und der geometrischen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{G}$ an.

$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} 7000 & K_{m12} \\ \\ K_{m21} & 7000 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & 1000 \\ \\ 1000 & 800 \end{bmatrix}$$

d) (2 P.) Berechnen Sie mit Hilfe des gegebenen Verschiebungsansatzes aus Aufgabenteil b) den Lastvektor $\mathbf{f}$.

Aufgabe 6 (46 Punkte)

Für die dargestellte Konstruktion sollen die unbekannten Verformungen nach **Theorie II. Ordnung** bestimmt werden. Alle Materialparameter und Geometriedaten des statischen Systems sowie die Belastungen und die vorgegebene Verdrehung φ^* sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden.
Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung für das gegeben System wurden bereits, wie auf der folgenden Seite dargestellt, berechnet (1. Schritt im Rechenablauf nach Th. II. O.). Vereinfachend sollen zugbeanspruchte Stäbe nach Theorie I. Ordnung gerechnet werden!



Material- und Querschnittswerte:

EA = 840000 kN
EI = 4725 kNm^2
c_F = 1500 kN/m

vorgegebene Verdrehung:

$\varphi^* = 0,019854$ rad

Belastung:

q = 1000 kN/m
F_1 = 2000 kN
F_2 = 400 kN
M = 150 kNm

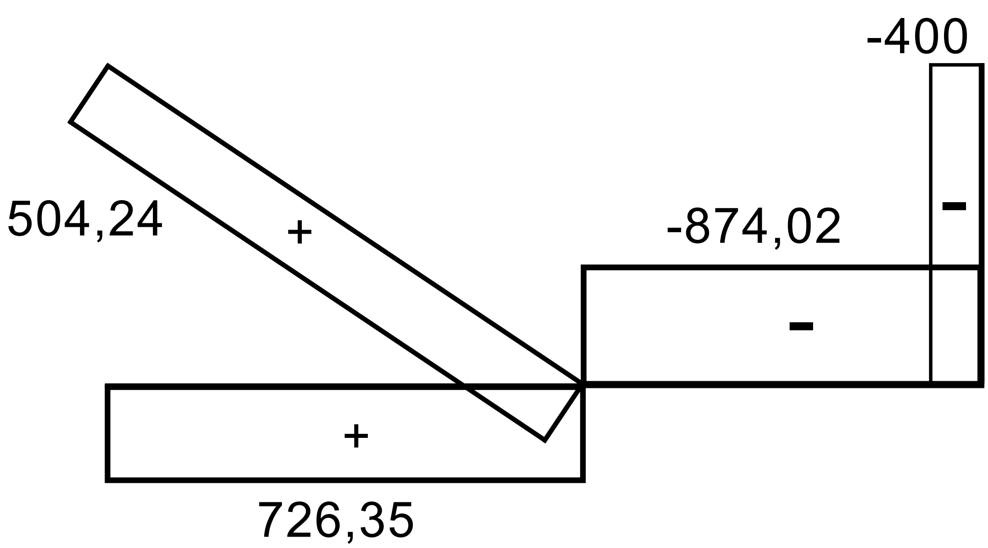
a) (1,5 P.) Skizzieren Sie die Verformungsfigur für das System unter der gegebenen Belastung.

b) (4 P.) Zeichnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade ein.

c) (26,5 P.) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems $\mathbf{K}_{red}$.

d) (7 P.) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor $\mathbf{P}$.

e) (7 P.) Berechnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.



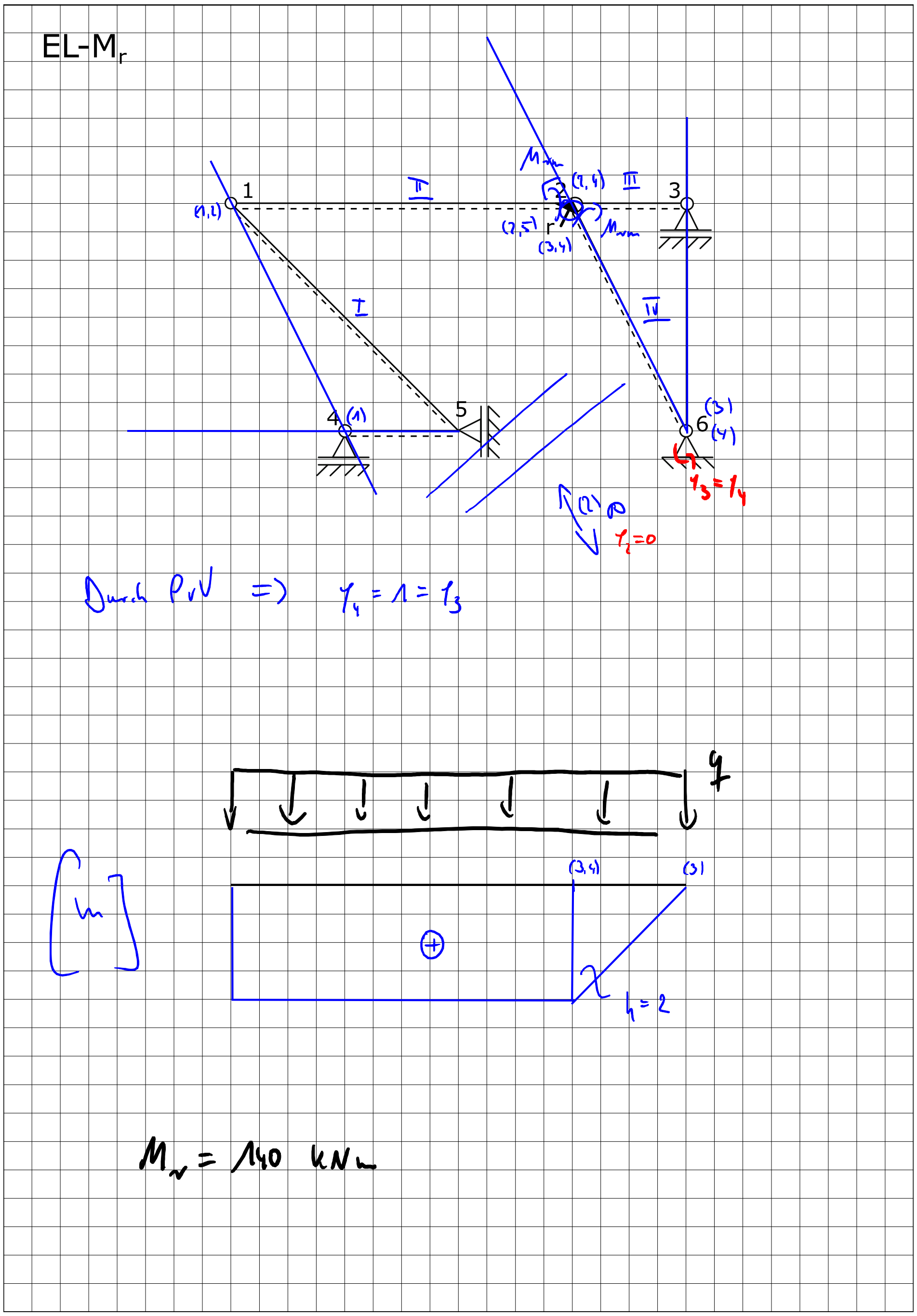
Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung [kN]

Endergebnisse

Aufgabe 2

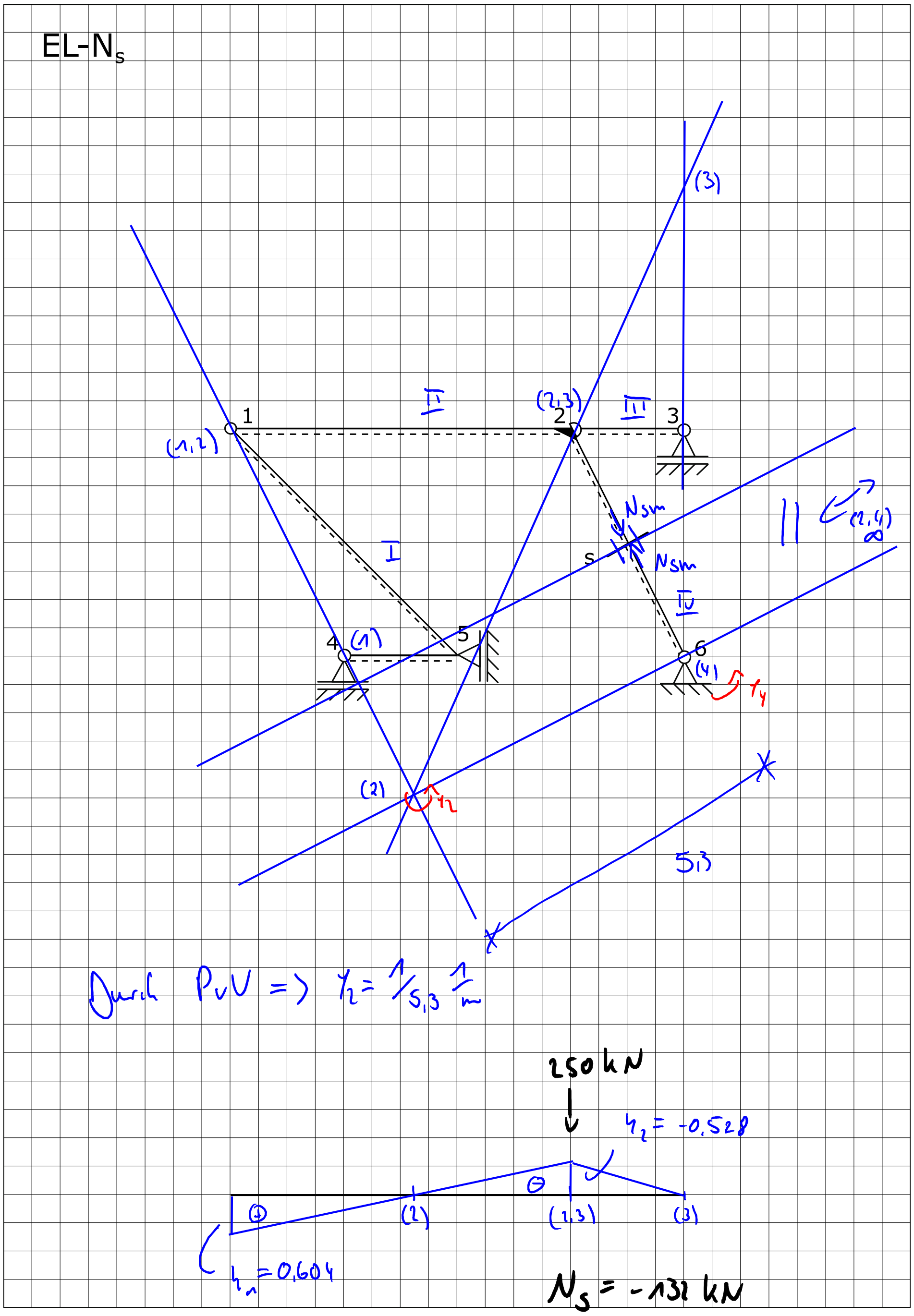
a)

Ruhr-Universität Bochum • Bau- und Umweltingenieurwissenschaften • Statik und Dynamik



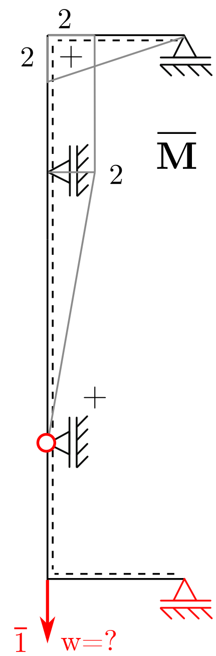
b)

Ruhr-Universität Bochum • Bau- und Umweltingenieurwissenschaften • Statik und Dynamik



Aufgabe 3

a) n=2
b) Virtueller Momentenverlauf für **beliebiges** statisch bestimmtes Grundsystem



vertikale Verschiebung an Knoten 2 und 3 sind identisch:

$$w = -1/30000$$

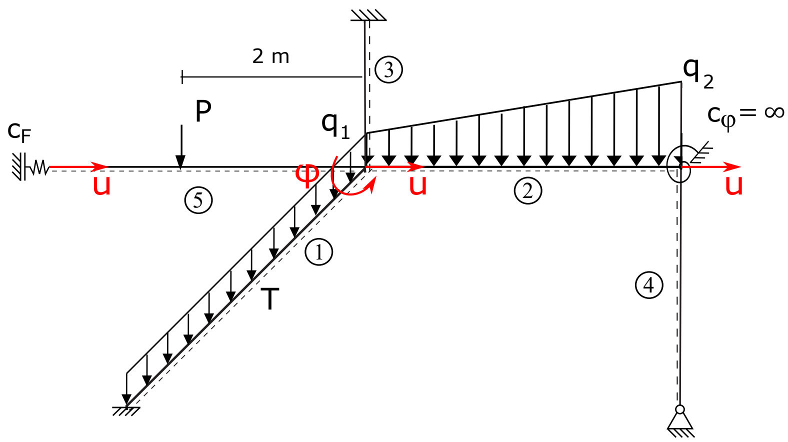
Biegelinie (nur für gesuchten Bereich):
oberer Stab: $w(x_1) = -1/30000(1 - x_1/2) - 3/700000((1 - x_1/2) - (1 - x_1/2)^3)$
unterer Stab: $w(x_2) = 1/30000x_2/2 - 3/700000(x_2/2 - x_2^3/8)$

Korrekturfaktor: $f = -24137,93$

Aufgabe 4

Kommentar: Die gegebenen Starreinspannwerte und Einheitszustände sind im Prinzip vorgegebene Elementlastvektoren und Steifigkeitsmatrizen. Früher wurde der Statik II Teil etwas anders und nicht mit dem Matrizenverfahren gerechnet. In aktuellen Klausuren würden stattdessen Elementlastvektoren und Steifigkeitsmatrizen vorgegeben werden, wenn wir finden, dass der Rechenaufwand sonst zu groß wäre.

a) geometrische Freiheitsgrade $n_g = 2$



(Anteile der Stäbe farbig: Stab 1, Stab 2, Stab 3, Stab 4. Achtung: Stab 5 liefert keine Steifigkeit, da freies Ende.)

b) reduzierte Systemlastvektor (korrespondierend zu φ und u)

$$\boldsymbol{P}_{red} = \begin{bmatrix} 2\ \mathrm{m} \cdot P + 10,6 - 18,67 = 91,94 \\ 1,7 \end{bmatrix} \begin{matrix} \varphi \\ u \end{matrix}$$

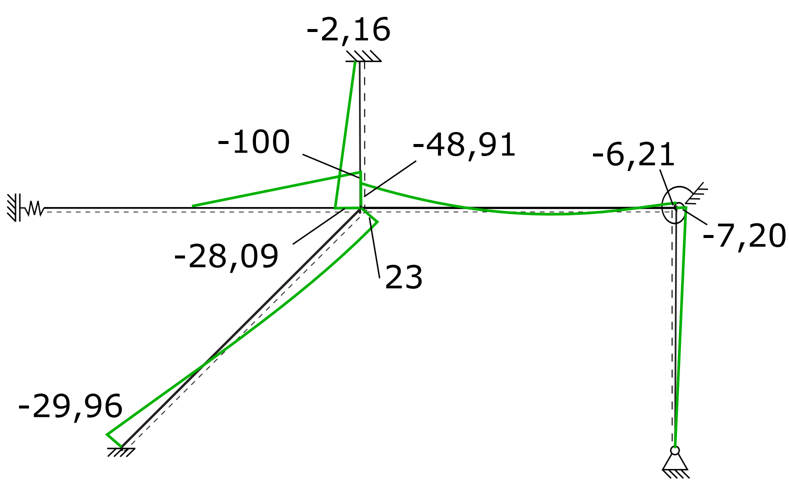
reduzierte Systemsteifigkeitsmatrix (korrespondierend zu φ und u)

$$\boldsymbol{K}_{red} = \begin{bmatrix} 9428 + 10000 + 20000 & 2357 - 15000 \\ 2357 - 15000 & 1374,9 + 15000 + 1111 + c_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39428 & -12643 \\ -12643 & 18486 \end{bmatrix} \begin{matrix} \varphi \\ u \end{matrix}$$

unbekannte Knotenverschiebungen

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ u \end{bmatrix} = \boldsymbol{K}_{red}^{-1} \boldsymbol{P}_{red} = \begin{bmatrix} 3,0246 \cdot 10^{-3} \\ 2,16\ \mathrm{mm} \end{bmatrix}$$

Momentenverlauf:



c) $\varphi = 2,3318 \cdot 10^{-3}$, $u = 0$

Aufgabe 5

a) PvV

$$\delta W_{\text{int}} = \int_0^L EIw^{II}\delta w^{II}\,\mathrm{d}x - \lambda P \int_0^L w^I \delta w^I \mathrm{d}x + \mathrm{c}_{\mathrm{PS}} w(2)\delta w(2)$$
$$\delta W_{\text{ext}} = \int_0^L (-125x + 700)\,\delta w(x)\,dx$$

b) geometrische Randbedingungen überprüfen:

$$w(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad h_1(0) = 0\checkmark \quad h_2(0) = 0\checkmark$$
$$w(x=4) = 0 \quad \rightarrow \quad h_1(4) = 0\checkmark \quad h_2(4) = 0\checkmark$$

c) materielle Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M},12} = \mathbf{K}_{\mathrm{M},21} = 3500$$

d) geometrische Steifigkeitsmatrix

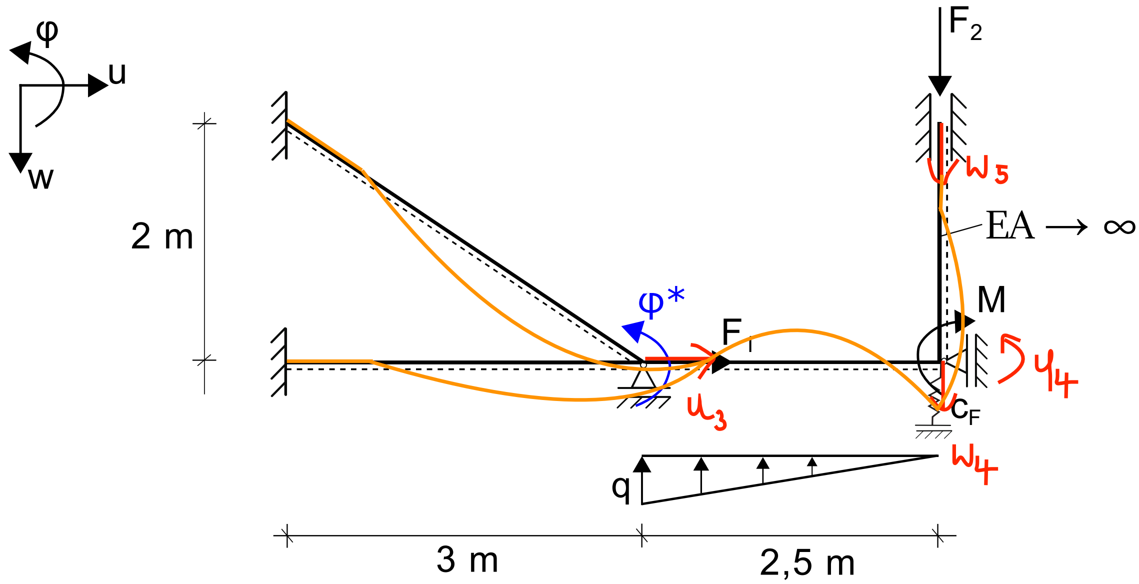
$$\mathbf{G_{11}} = 2000$$

e) Lastvektor

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -1200 \\ -533,33 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 6

a) Verformungsfigur (siehe Skizze)
b) unbekannte Knotenfreiheitsgrade (mit $w_4 = w_5 = w$)



c) Steifigkeitsmatrix (Anteile der Stäbe farbig: Stab 1, Stab 2, Stab 3, Stab 4)

Assemblieren:

$$K_{red} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 161641,99 + 280000 + 336000 & 0 & 0 & -1209,37 + 0 + 0 \\ 0 & 3209,18 & 4448,30 & 4448,30 \\ 0 & 4448,30 + 0 & 7265,16 + 9343,69 & 3855,60 \\ -1209,37 + 0 + 0 & 4448,30 + 0 & 3855,60 + 0 & 5241,26 + 6300 + 7265,16 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} u_3 \\ w \\ \varphi_4 \\ \varphi^\star \end{array}$$

d) Lastvektor

$$P_{red} = \begin{bmatrix} 2000 \\ 25,16 \\ -362,73 \\ 317,29 \end{bmatrix} \begin{array}{c} u_3 \\ w \\ \varphi_4 \\ \varphi^\star \end{array}$$

e)

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ w \\ \varphi_4 \end{bmatrix} = K_{red}^{-1} \cdot P_{red} = \begin{bmatrix} 2,6027 * 10^{-3} \\ 0,01546 \\ -0,030597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{m} \\ \mathrm{m} \\ \mathrm{rad} \end{bmatrix}$$