Bachelorprüfung Herbst 2018

Modul 18 (BI)

Baustatik II und III (PO 2013)

Klausur am 17.08.2018

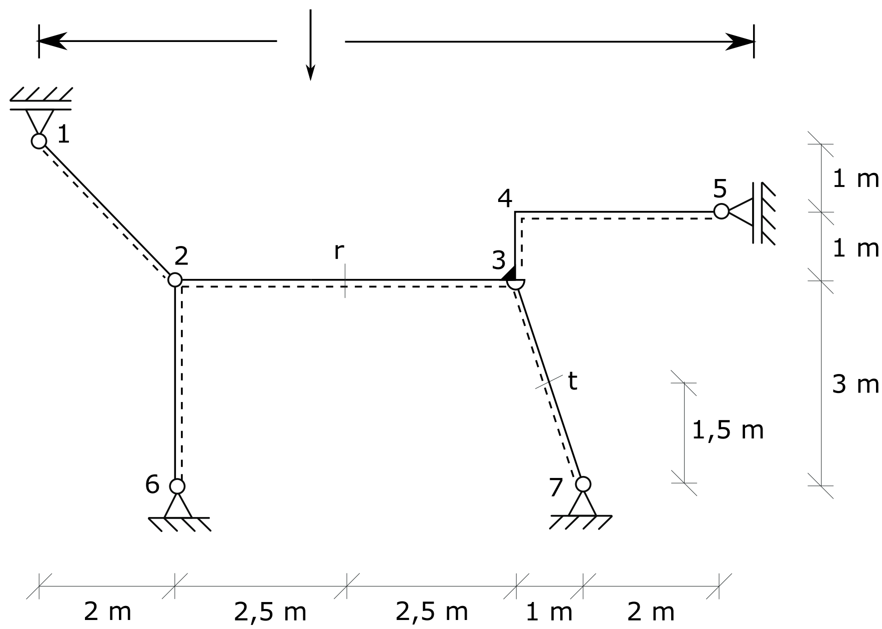
Name: ________________ Vorname: ________________ Matrikelnummer: ________________
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	~~1~~	2	3	4	5	6	Summe
mögliche Punkte	~~60~~	20	15	30	15	40	180
erreichte Punkte							

Wichtige Hinweise

- Dauer der Klausur: 180 Minuten, davon 60 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 120 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Taschenrechner sind nur bei der Lösung der Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II) erlaubt. Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von anderen elektronischen Geräten (z.B. Laptops, Mobiltelefone, Tablets, etc.) ist nicht zulässig. Diese Geräte sind während der Klausur abzuschalten und so wegzulegen, dass ein unmittelbarer Zugriff, (z.B. aus Taschen in der Kleidung) nicht möglich ist und sind in Taschen zu verwahren (z.B. Aktentasche, Rucksack, o.ä.). Falls diese Regel nicht eingehalten wird, gilt dies als Täuschungsversuch.
- Das Verlassen des Klausurraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

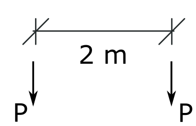
Aufgabe 2 (20 Punkte)



Bestimmen Sie für das dargestellte System die Einflusslinien für

a) (10 P.) das Moment M_r im Punkt r. Bringen Sie auf den Lastgurt beliebig kürzbare konstante Streckenlasten mit einem Wert von 20 kN/m so auf, dass sich das maximal negative Moment im Punkt r einstellt und ermitteln Sie dafür den Wert für das Moment M_r.

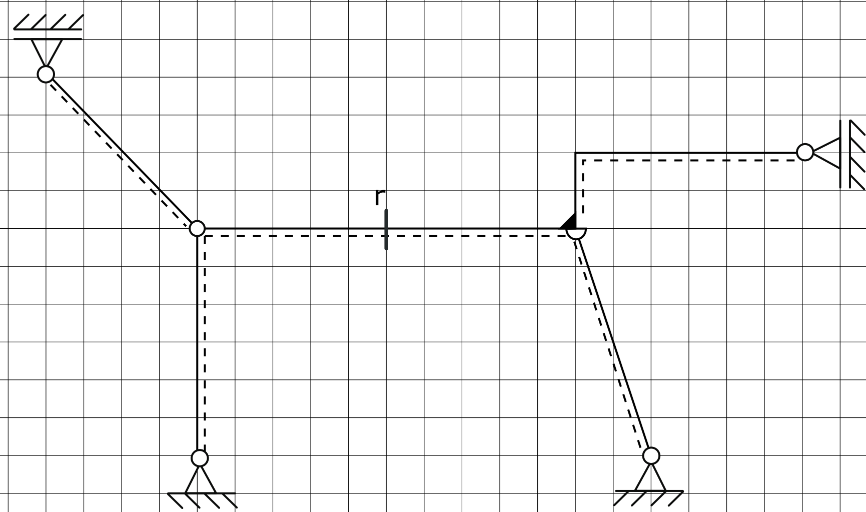
b) (10 P.) die Normalkraft N_t im Punkt t. Wie groß darf eine Doppeleinzellast P mit einem Abstand von 2 m (siehe unten) maximal sein, sodass die Normalkraft N_t im Punkt t den Wert 50 kN nicht überschreitet.

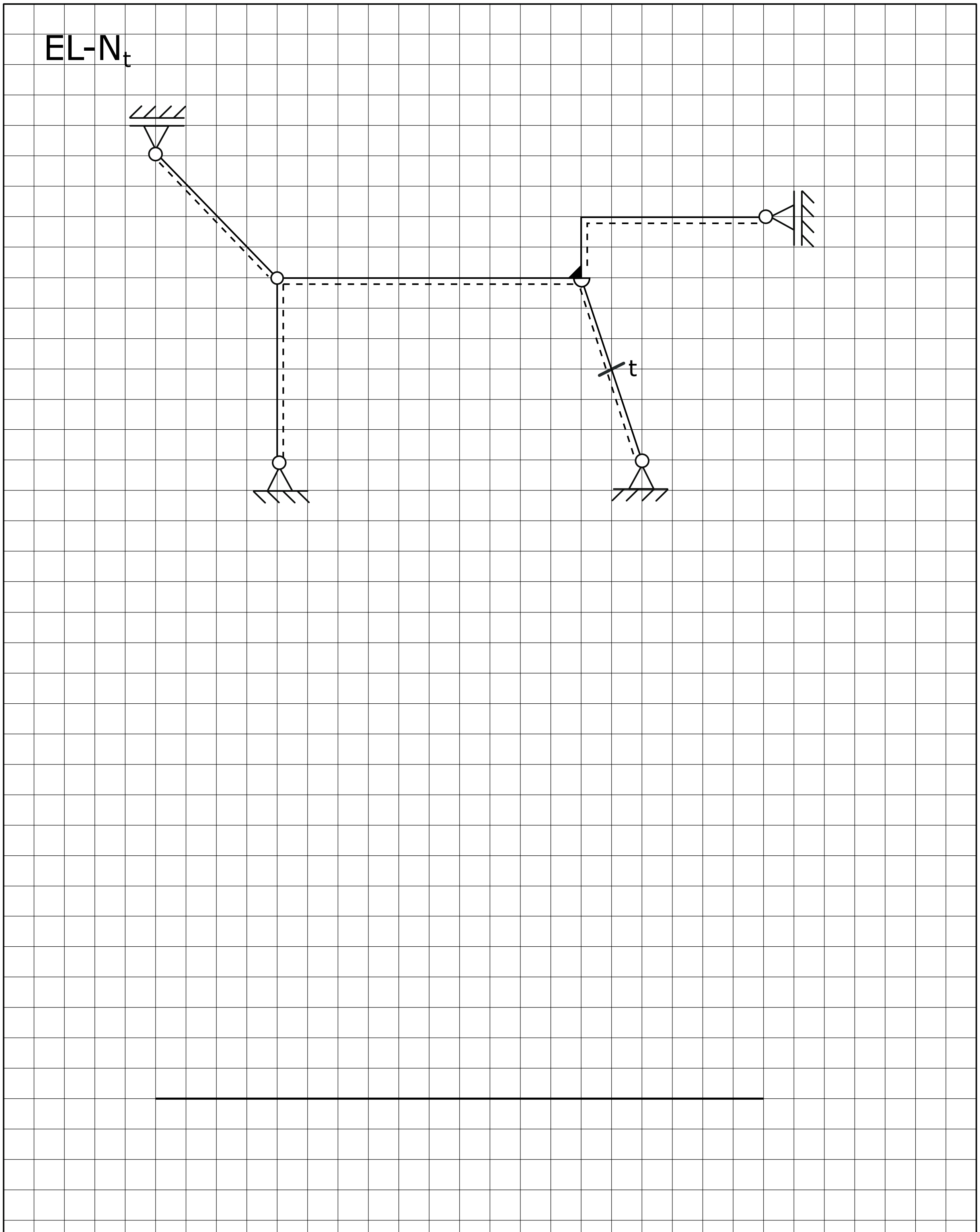


Der zu betrachtende Lastgurt des Systems ist 1-2-3-4-5.

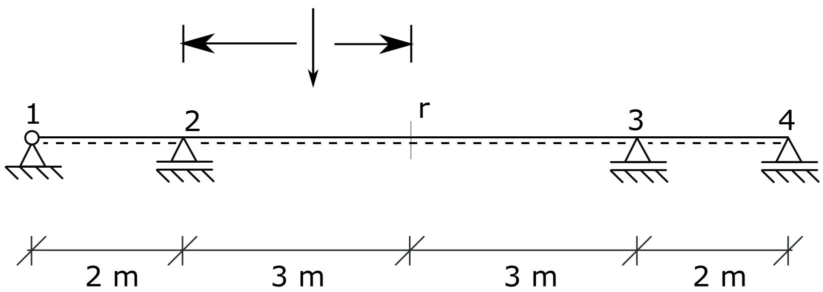
Verwenden Sie die beigefügten Lösungszettel mit der entsprechenden Kennzeichnung (M_r und N_t).

EL-M_r




EL-N_t
t

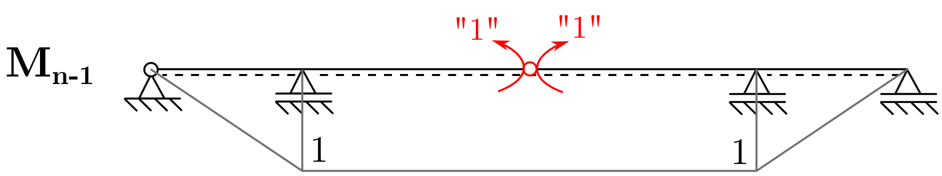
Aufgabe 3 (15 Punkte)



Material:
$EI = 10^5$ kNm^2; $EA, GA_Q \to \infty$

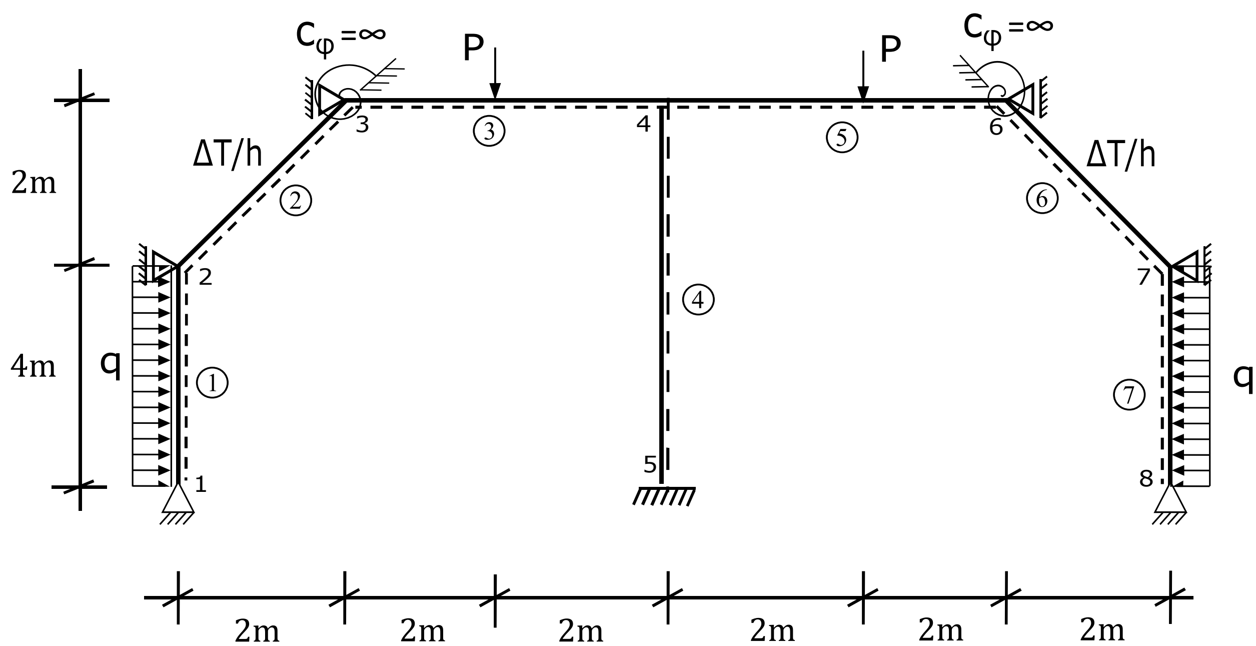
a) (1 P.) Bestimmen Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit n des dargestellten Systems.

b) (14 P.) Ermitteln Sie die Einflusslinie des Moments M_r an der Stelle r. Verwenden Sie hierfür das $(n-1)$-fach statisch unbestimmte System in Kombination mit dem ω-Verfahren. Der Momentenverlauf des entsprechenden n-1-fach statisch unbestimmten Systems wurde bereits berechnet, siehe unten. Die Wanderlast bewegt sich nur auf dem Lastgurt 2-r, d.h. die Einflusslinie soll nur für diesen Bereich aufgestellt werden.



Hinweis: Nutzen Sie den Reduktionssatz 2. Art.

Aufgabe 4 (30 Punkte)



$EI = 5 \cdot 10^4$ kNm²
$GA_Q \to \infty$
Stäbe 1,3,4,5,7: $EA \to \infty$
Stäbe 2,6: $EA = 1 \cdot 10^6$ kN

$P = 200$ kN
$q = 100$ kN/m
$\Delta T/h = 50$ K/m
$\alpha_T = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$

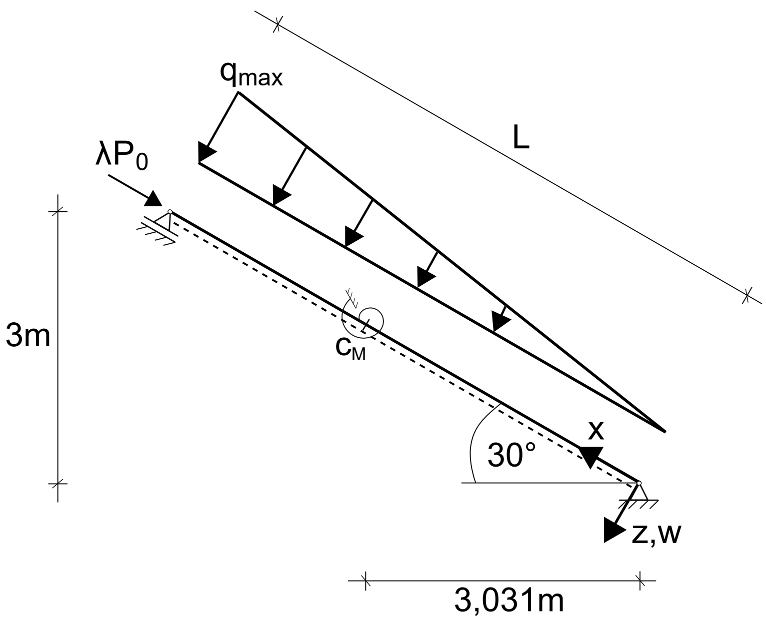
a) (2 P.) Bestimmen Sie den Grad der geometrischen Unbestimmtheit n_g des gezeigten Systems unter Berücksichtigung aller Randbedingungen und Materialparameter.

b) (25 P.) Ermitteln Sie den Momentenverlauf des statischen Systems mit Hilfe des Weggrößenverfahrens und stellen Sie diesen grafisch dar.

c) (3 P.) Bestimmen Sie die Größe einer vertikalen Einzellast F in Knoten 3 und 6, sodass die vertikale Verschiebung in den selben Knoten nur noch halb so groß ist.

Aufgabe 5 (15 Punkte)

Das dargestellte stabilitätsgefährdete statische System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem **Verfahren von Ritz** und unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



Material-/ Querschnittswerte

$EI = 6500$ kNm^2
$c_M = 200$ kNm/rad

Belastung

$P_0 = 1200$ kN
$q_{max} = 700$ kN/m

Hinweis: Bei der Bearbeitung der gesamten Aufgabe ist der Einfluss der Axialverzerrung $\varepsilon(x)$ bzw. der virtuellen Axialverzerrung $\delta\varepsilon(x)$ zu vernachlässigen.

a) (6 P.) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das dargestellte System an. Drücken Sie alle Schnittgrößen durch $w(x)$ bzw. Ableitungen von $w(x)$ und virtuellen Krümmungen durch die Ableitungen von $\delta w(x)$ aus.

b) (3 P.) Folgender zweigliedriger Ansatz ist gegeben:

$$\underline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5}\left(x - \frac{x^2}{L}\right) \\ \frac{2}{5}\left(\frac{x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2}\right) \end{bmatrix}$$

Prüfen Sie den Ansatz auf seine geometrische Zulässigkeit. Geben Sie dazu die geometrischen Randbedingungen an.

c) (4,5 P.) Geben Sie mit Hilfe des gegebenen Verschiebungsansatzes aus Aufgabenteil b) die fehlenden Einträge der materiellen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_m$, der Drehfedersteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_{c_M}$ und der geomtrischen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{G}$ an.

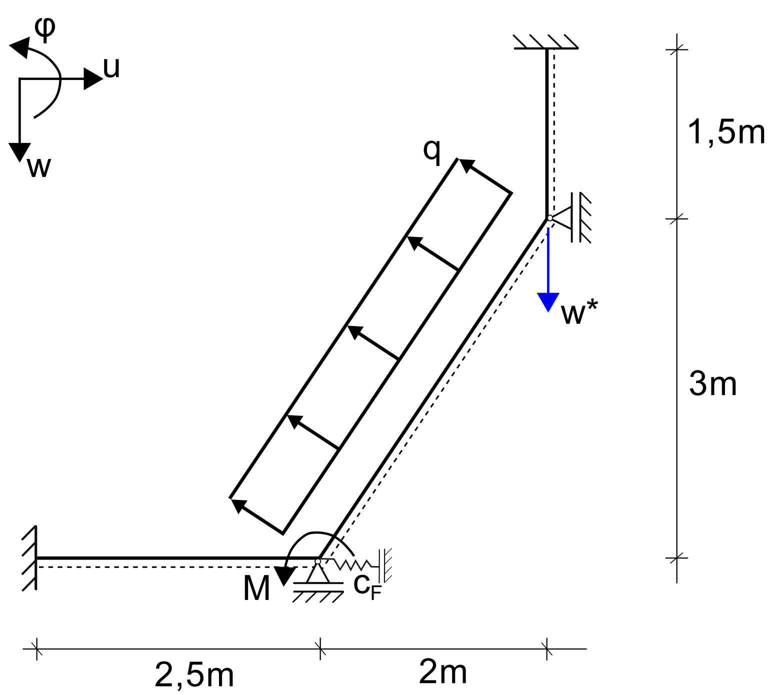
$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} 693,33 & K_{m12} \\ & \\ K_{m21} & 693,33 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_{c_M} = \begin{bmatrix} K_{c_{M11}} & -\frac{7}{9} \\ & \\ -\frac{7}{9} & \frac{49}{72} \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 384 & 192 \\ & \\ 192 & G_{22} \end{bmatrix}$$

d) (1,5 P.) Geben Sie mit Hilfe des gegebenen Verschiebungsansatzes aus Aufgabenteil b) den fehlenden Eintrag des Lastvektors $\mathbf{f}$ an.

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \\ 504 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 6 (40 Punkte)

Für die dargestellte Konstruktion sollen die unbekannten Verformungen nach **Theorie II. Ordnung** bestimmt werden. Alle Materialparameter und Geometriedaten des statischen Systems sowie die Belastungen und die vorgegebene Verschiebung w^* sind bekannt und können der Systemskizze entnommen werden.
Die Normalkräfte nach Theorie I. Ordnung für das gegeben System wurden bereits, wie auf der folgenden Seite dargestellt, berechnet. Vereinfachend kann für zugbeanspruchte Stäbe und Nullstäbe nach Theorie I. Ordnung gerechnet werden!



Material- und Querschnittswerte:

EA = 189000 kN
EI = 6300 kNm^2
c_F = 300 kN/m

vorgegebene Verschiebung:

$w^* = -0,0045$ m

Belastung:

M = 500 kNm
q = 1000 kN/m

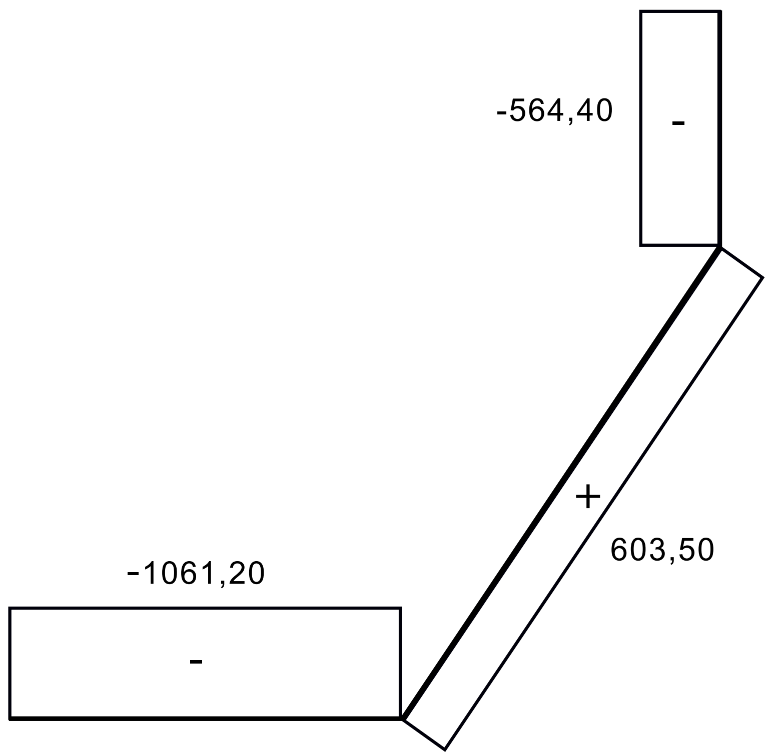
a) (1 P.) Skizzieren Sie die Verformungsfigur für das System unter der gegebenen Belastung.

b) (3 P.) Zeichnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade ein.

c) (24 P.) Berechnen Sie die zu den unbekannten Knotenfreiheitsgraden korrespondierende reduzierte Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems $\mathbf{K}_{red}$.

d) (5 P.) Bestimmen Sie den reduzierten Systemlastvektor $\mathbf{P}$.

e) (7 P.) Berechnen Sie die unbekannten Knotenfreiheitsgrade des Tragwerks und vergleichen Sie die berechneten Ergebnisse mit Ihrer erwarteten Verformungsfigur.



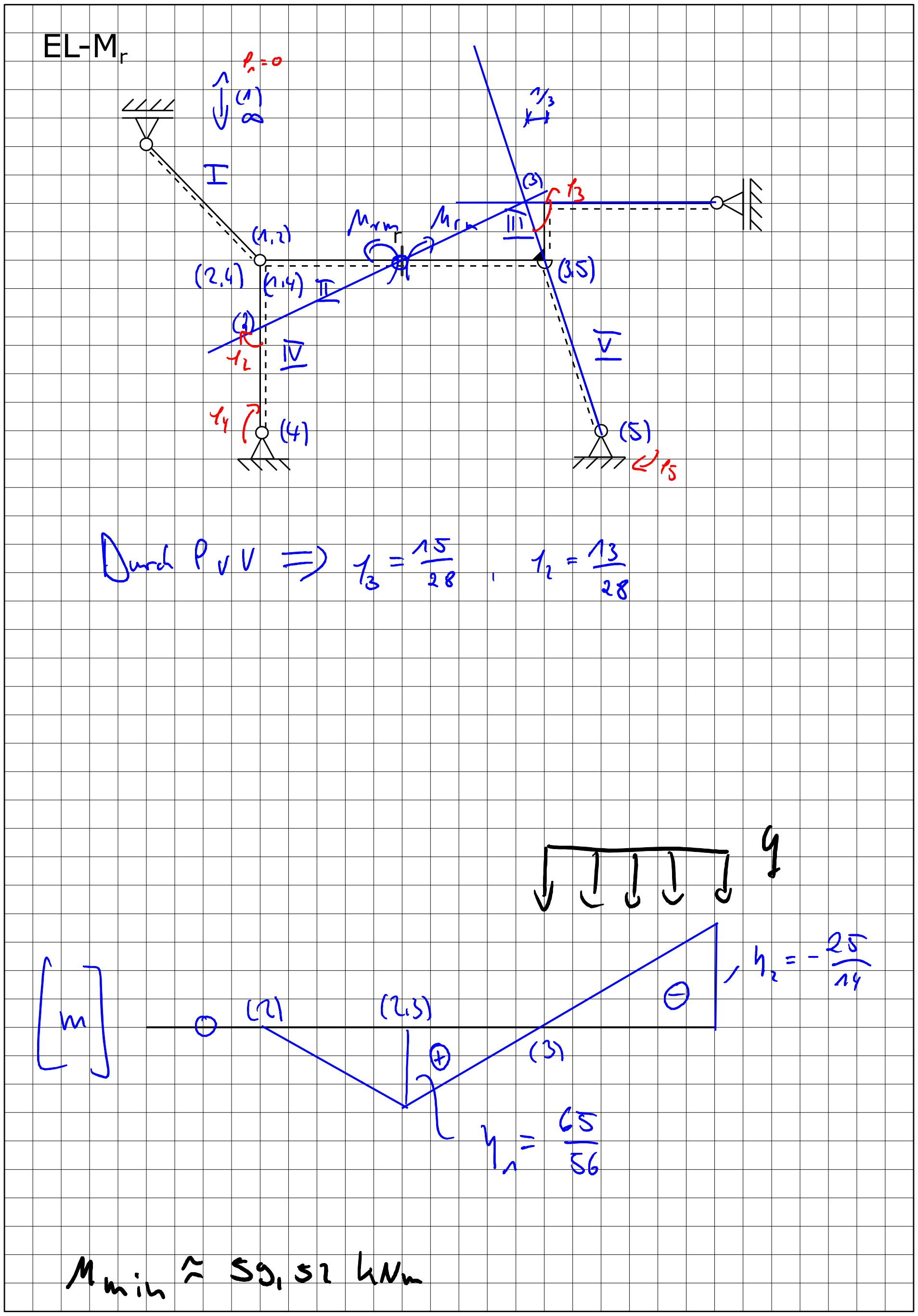
Normalkräfte nach Threorie I. Ordnung [kN]

Endergebnisse

Aufgabe 2

a)

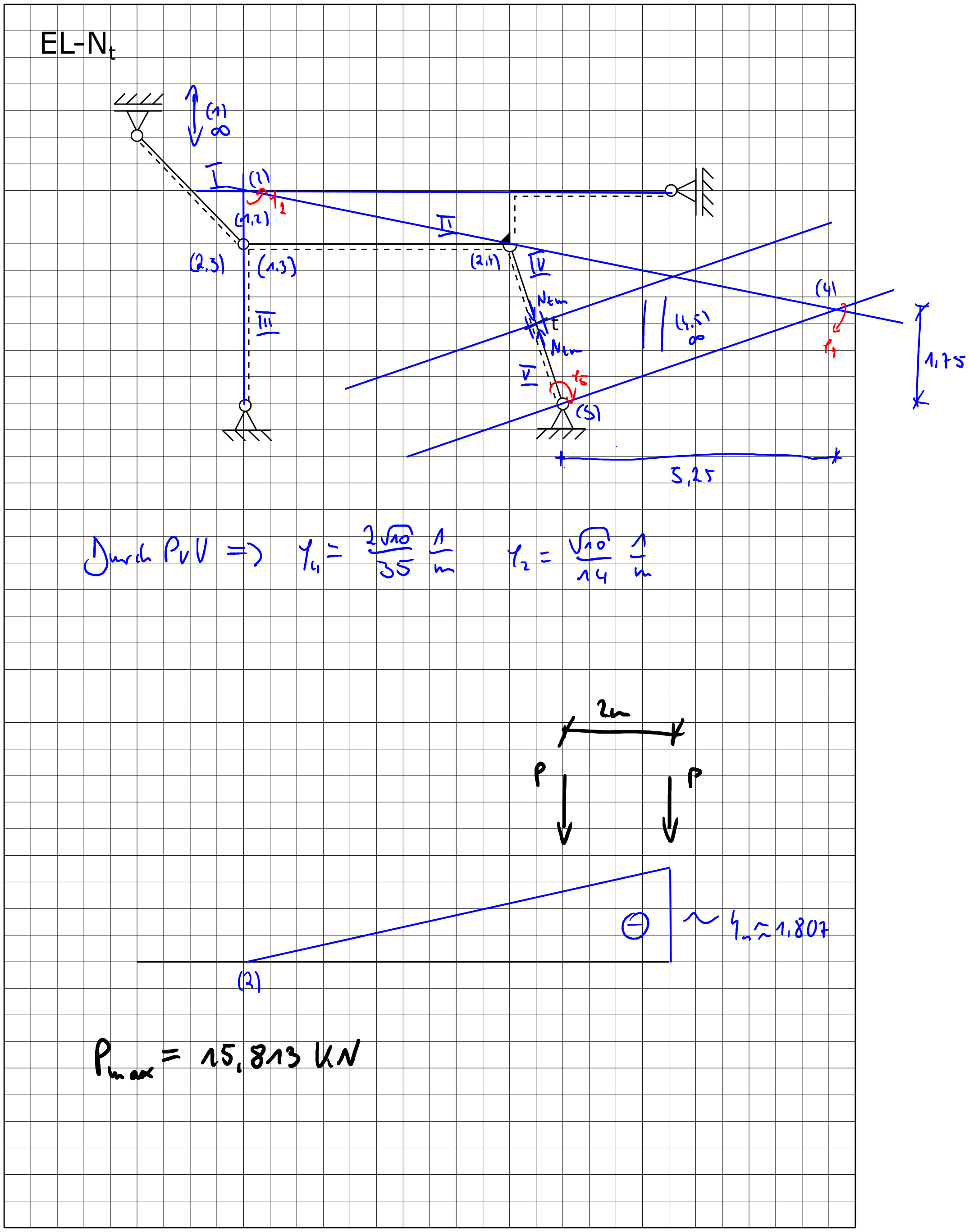
Ruhr-Universität Bochum • Bau- und Umweltingenieurwissenschaften • Statik und Dynamik



Klausur Baustatik - Herbst 2018 3

b)

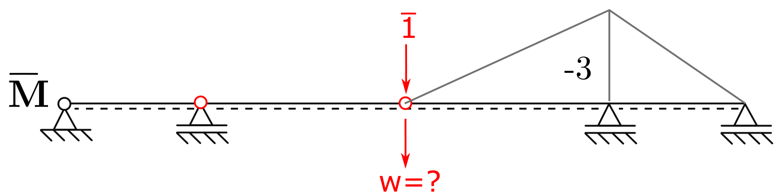
Ruhr-Universität Bochum • Bau- und Umweltingenieurwissenschaften • Statik und Dynamik



Klausur Baustatik - Herbst 2018 4

Aufgabe 3

a) n=2
b) Virtueller Momentenverlauf für **beliebiges** statisch bestimmtes Grundsystem



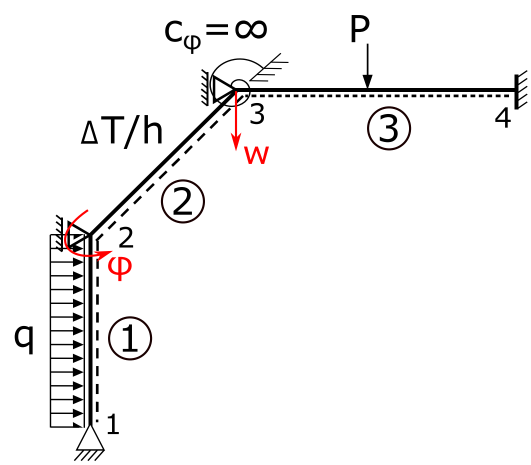
vertikale Verschiebung in Systemmitte

$$w = -6,5 \cdot 10^{-5}$$

Biegelinie (nur für gesuchten Bereich): $w(x) = -6,5 \cdot 10^{-5}x/3 + 9/2(x/3 - x^2/3)$
Korrekturfaktor: $f = -13636,36$

Aufgabe 4

a) geometrische Freiheitsgrade $n_g = 2$



(Anteile der Stäbe farbig: Stab 1, Stab 2, Stab 3)
b) reduzierte Systemlastvektor (korrespondierend zu φ und w)

$$\boldsymbol{P}_{red} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 200 - 30 = 170 \\ 100 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \varphi \\ w \end{array}$$

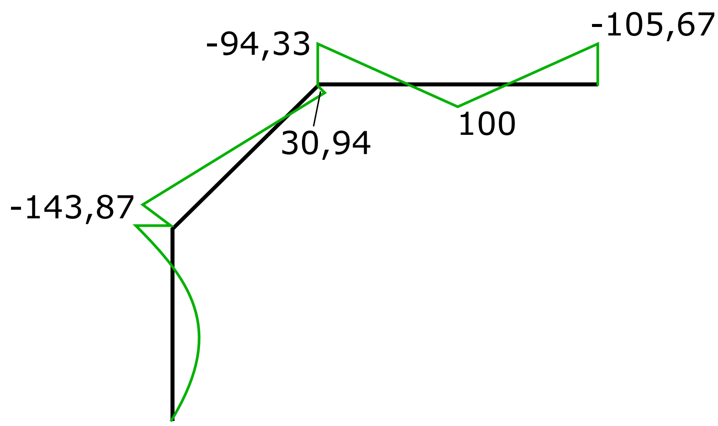
reduzierte Systemsteifigkeitsmatrix (korrespondierend zu φ und w)

$$\boldsymbol{K}_{red} = \begin{bmatrix} 37500 + 70711 & 26516 \\ 26516 & 190034,95 + 9375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 108211 & 26516 \\ 26516 & 199410 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \varphi \\ w \end{array}$$

unbekannte Knotenverschiebungen

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ w \end{bmatrix} = \boldsymbol{K}_{red}^{-1}\boldsymbol{P}_{red} = \begin{bmatrix} 1,497 \cdot 10^{-3} \\ 0,3024 \text{ mm} \end{bmatrix}$$

Momentenverlauf:



c) $F = -29,17$ kN

Aufgabe 5: Ritzverfahren

a) PvV

$$\delta W_{\text{int}} = \int_0^L EIw^{II}\delta w^{II}\,\mathrm{d}x - \lambda P_0 \int_0^L w^I \delta w^I \mathrm{d}x \mathrm{c_M} w^I(3,50)\delta w^I(3,50)$$

$$\delta W_{\text{ext}} = \int_0^L \frac{x}{L}\,q_{max}\,\delta w^I \mathrm{d}x$$

b) geometrische Randbedingungen überprüfen:

$$\begin{aligned} w(x=0)=0 \quad &\rightarrow \quad h_1(0)=0\surd \quad h_2(0)=0\surd \\ w(x=L)=0 \quad &\rightarrow \quad h_1(L)=0\surd \quad h_2(L)=0\surd \end{aligned}$$

c)
1) materielle Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{\mathrm{M}} = EI\int_0^L \begin{bmatrix} h_1'' \cdot h_1'' & h_1'' \cdot h_2'' \\ h_2'' \cdot h_1'' & h_2'' \cdot h_2'' \end{bmatrix} \mathrm{d}x = \begin{bmatrix} 693,33 & 346,67 \\ 346,67 & 693,33 \end{bmatrix}$$

2) Drehfedersteifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{\mathrm{c_M}} = \mathrm{c_M} \cdot \begin{bmatrix} h_1'(6)\cdot h_1'(6) & h_1'(6)\cdot h_2'(6) \\ h_2'(6)\cdot h_1'(6) & h_2'(6)\cdot h_2'(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,89 & -0,78 \\ -0,78 & 0,68 \end{bmatrix}$$

3) geometrische Steifigkeitsmatrix

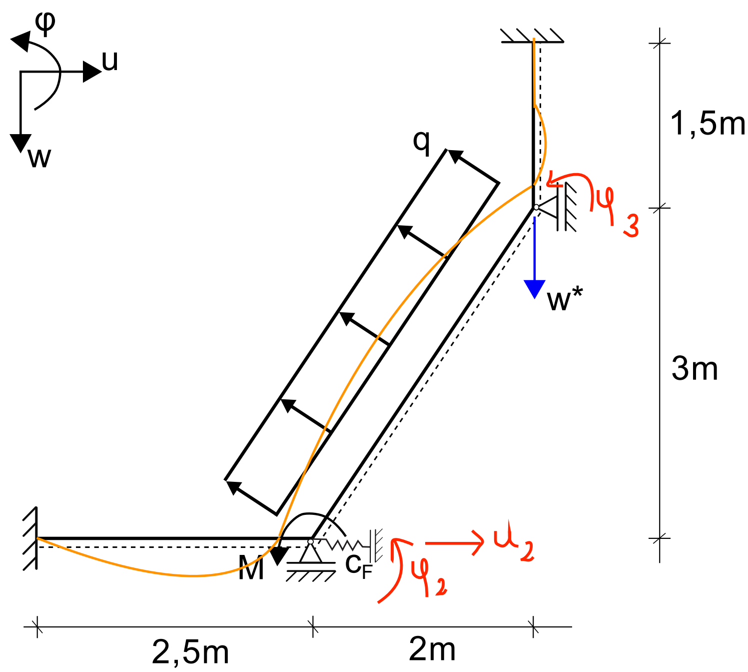
$$\mathbf{G} = P\int_0^L h' h'^T \mathrm{d}x = 1.630 \cdot \begin{bmatrix} h_1'(x)\cdot h_1'(x) & h_1'(x)\cdot h_2'(x) \\ h_2'(x)\cdot h_1'(x) & h_2'(x)\cdot h_2'(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 384 & 192 \\ 192 & 153,6 \end{bmatrix}$$

d) Lastvektor

$$\mathbf{f} = \int_0^L \frac{x}{L}\,q_{max}\,h\,\mathrm{d}x = \begin{bmatrix} 840 \\ 504 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 6: Theorie II. Ordnung

a) Verformungsfigur (siehe Skizze)
b) unbekannte Knotenfreiheitsgrade (siehe Skizze)



c) Steifigkeitsmatrix (Anteile der Stäbe farbig: Stab 1, Stab 2, Stab 3, Wegfeder)
Assemblieren:

$$K_{red} = \begin{bmatrix} 75600 + 17243,12 + 300 & 0 - 2418,75 & -2418,75 & 234462,29 \\ 0 - 2418,75 & 9722.16 + 6988,35 & 3494,18 & 1612,49 \\ -2418,75 & 3494,18 & 6988,35 + 16686,6 & 1612,49 + 0 \\ 234462,29 & 1612,49 & 1612,49 + 0 & 36781,82 + 126000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 93143,12 & -2418,75 & -2418,75 & 234462,29 \\ -2418,75 & 16710,51 & 3494,18 & 1612,49 \\ -2418,75 & 3494,18 & 23674,95 & 1612,49 \\ 234462,29 & 1612,49 & 1612,49 & 162781,82 \end{bmatrix} & \begin{matrix} u_2 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ w^\star \end{matrix} \end{array}$$

d) Lastvektor

$$P_{red} = \begin{bmatrix} -1500,19 \\ 1583,60 \\ -1083,60 \\ -1000,12 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = K_{ges}^{-1} \cdot r_{ges} = \begin{bmatrix} -0.0138 \\ 0.1063 \\ -0.00626 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{m} \\ \mathrm{rad} \\ \mathrm{rad} \end{bmatrix}$$